

Daya nukleus kuat, daya pengikat hadron, diperihalkan oleh teori medan dalam bentuk kromodinamik kuantum. Hadron didapati terdiri daripada kuark dan antikuark, yang bersalingtindak menerusi tukarganti gluon.

### 8.1 Daya nukleus kuat

Oleh kerana nukleus terbina daripada proton (dan neutron) yang punyai cas elektrik yang sama dan oleh itu menolak, satu daya baharu perlu dihipotesiskan untuk mengikatnya (bersama neutron) dalam nukleus. Daya ini disebut daya nukleus kuat, atau ringkasnya daya kuat.

Kita jangkakan julat daya kuat ini kecil, lebih-kurang pada saiz nukleus sahaja, iaitu dalam skala femtometer atau  $10^{-15}$  m. Kalau tidak, hadron harus merasai tarikan daya ini walau berjauhan.

Satu lagi ciri daya kuat yang kita dapat perhatikan ialah ia tidak mengenali cas elektrik. Ia bertindak sama ke atas proton mahupun neutron. Simetri ini dikenali isospin. Seperti zarah berspin  $\frac{1}{2}$  yang punyai komponen  $-\frac{1}{2}$  dan  $+\frac{1}{2}$ , nukleon (isospin,  $I = \frac{1}{2}$ ) yang merasai daya kuat ada komponen isospin  $I_3 = -\frac{1}{2}$  (neutron) dan  $I_3 = +\frac{1}{2}$  (proton). Begitulah pion mempunyai isospin 1, dengan itu ada 3 komponen,  $\pi^+$ ,  $\pi^0$ ,  $\pi^-$ . Saling-tindak kuat mengabadikan isospin.

### 8.2 Parton

Perlanggaran elektron ke atas proton pada tenaga tinggi telah menunjukkan bahawa proton mempunyai struktur dalaman. Ini sama seperti langgaran zarah alfa ke atas kerajang emas menunjukkan bahawa atom emas mempunyai struktur dalaman oleh Rutherford. Proton mengandungi tiga kuark valens. Kuark merupakan zarah spin  $\frac{1}{2}$  dengan pelbagai perisa. Setiap proton terdiri daripada dua kuark naik (u) dan satu kuark turun (d), sementara neutron terdiri daripada dua kuark d dan satu u.

Ada enam perisa kuark: naik (u) (cas elektrik  $+2/3$ ), turun (d) (cas elektrik  $-1/3$ ), pesona (c) (cas elektrik  $+2/3$ ), aneh (s) (cas elektrik  $-1/3$ ), atas (t) (cas elektrik  $+2/3$ ), dan bawah (b) (cas elektrik  $-1/3$ ). Setiap kuark juga mempunyai cas daya nukleus kuat, dipanggil cas warna, yang ada tiga jenis, disebut 'merah', 'hijau', dan 'biru'. Antikuark mempunyai antiwarna.

Salingtindak daya kromodinamik menerusi cas warna diantarkan oleh gluon, yang juga dilihat dalam proton, tetapi hanya yang maya. Gluon juga punyai cas warna (sebenarnya suatu warna dan suatu antiwarna berbeza), dan oleh itu juga mengalami daya kuat. Bahkan ada saling-tindak gluon dengan gluon sendiri.

Kewarnaan gluon membawa kepada keupayaan daya warna yang kuat. Dengan itu, keadaan-keadaan 'berwarna' tidak dibenarkan, kerana keadaan-keadaan sebegini terus menyebabkan pengkutuban warna ke atas vakum, dan warna-warna 'bogel' dineutralkan. Maka kuark dan gluon di'kurung' oleh kerana warnanya; cas warna hanya dapat dikesan dalam rantau isipadu sesuatu hadron sahaja. Yang dilihat ialah hadron-hadron neutral warna, misalnya proton dengan kuark-kuark merah, biru dan hijau (menghasilkan singlet warna, atau 'putih'), dan pion dengan kuark misalnya merah dan antikuark antimerah.

Daya kuat menghormati keabadian cas elektrik, cas warna dan perisa. Daya ini diantarkan oleh gluon, di antara (anti)kuark-kuark yang berwarna.

### 8.3 Kromodinamik Kuantum

Teori medan kuantum untuk daya nukleus kuat ialah kromodinamik kuantum (QCD). Jirim, fermion, yang merasai daya ini ialah kuark (dan antikuark) yang mempunyai cas “warna”, dan boson yang mengantarakan daya ini adalah gluon.

Lagrangean QCD serupa dengan Lagrangean QED, cuma sekarang kita ada 3 jenis cas (warna). Ini boleh diwakili  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  “merah” ( $r$ ),  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  “hijau” ( $g$ ), dan  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  “biru” ( $b$ ). Jadi yang berbeza ialah simetri tolok bagi QCD ialah SU(3) (simetri ditunjukkan matriks 3×3 yang unitari dan khas – determinan 1), sementara bagi QED ialah U(1) (simetri ditunjukkan nombor unitari). Lagrangean berkenaan punyai sebutan berkaitan medan boson, sebutan Yang-Mills, dan sebutan berkaitan salingtindak QCD.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^a F_a^{\mu\nu} + \sum_{f=1}^6 \bar{\psi}_{f,i} (i\gamma^\mu D_\mu^{ij} - m_f \delta_{ij}) \psi_{f,j}.$$

$f$  menandakan perisa kuark, sementara  $i$  dan  $j$  mengindekskan warna. Untuk QCD kita ada lapan jenis medan boson,  $a = 1, \dots, 8$ , iaitu lapan pilihan warna-antiwarna yang dibawa gluon. Simetri SU(3) mempunyai 8 penjana  $\lambda_{ij}^a$ ,  $a = 1, \dots, 8$ , untuk perwakilan-3,  $i, j = 1, 2, 3$ . Juga, perwakilan bagi  $3 \otimes \bar{3}$  untuk SU(3) memberikan  $1 \oplus 8$  dalam teori kumpulan. Perwakilan 1 mewakili keadaan singlet, yang biwarna, yang memberikan gluon yang boleh punyai jarak jauh dan dengan itu memberikan daya kuat pada jarak jauh. Ini tidak dilihat, jadi keadaan ini diandaikan tidak wujud. Keadaan-keadaan octet ialah  $r\bar{b}, r\bar{g}, b\bar{g}, b\bar{r}, g\bar{r}, g\bar{b}, \frac{1}{\sqrt{2}}(r\bar{r} - g\bar{g}), \frac{1}{\sqrt{6}}(r\bar{r} + g\bar{g} - 2b\bar{b})$  sementara yang singlet dan biwarna ialah  $\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$ .

Jadi kita ada 3 jenis warna, dan fungsi gelombang kuark (spinor) mempunyai 3 komponen. Indeks  $f$  melabel citarasa kuark,  $\psi_f$ . Medan gluon

$$F_{\mu\nu}^a \equiv \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g_0 f_{abc} A_\mu^b A_\nu^c.$$

$A_\mu^a$  adalah vektor-4 keupayaannya, sementara  $f_{abc}$  ialah fungsi struktur SU(3),

$$[\lambda^a, \lambda^b] = f_{abc} \lambda^c.$$

Oleh kerana ketakabelan kumpulan SU(3) berbanding U(1), dalam kes ini ada sebutan gandingan di antara boson pengantara, dengan kekuatan dedah  $g_0$ . Di bawah transformasi tolok didefinisi  $\chi_a$ , medan-medan spinor  $\psi$  dan vektor  $A$ ,

$$\begin{aligned} \psi_i &\rightarrow \psi_i - ig(T^a)_{ij} \psi_j \chi_a \\ A_a^\mu &\rightarrow A_a^\mu - \partial^\mu \chi_a + g f_{abc} \chi_b A_c^\mu. \end{aligned}$$

Perhatikan bahawa Lagrangean takvarian terhadap transformasi ini, jika terbitan kovarian

$$D_\mu \equiv \partial_\mu - ig_0 A_\mu^a T_a.$$

Sebutan pertama memberikan sebutan tenaga kinetik kuark dalam Lagrangian, dan sebutan kedua memberikan gandingan kuark-gluon.

QCD punyai gambarajah Feynman seperti QED. Bezanya, QED berganding menerusi cas keelektromagnetan, dan diantarakan oleh foton yang tidak bercas, sementara QCD berganding menerusi cas warna yang ada tiga jenis, dan diantarakan oleh gluon yang juga punyai cas warna. Jadi ada salingtindak gluon dengan gluon sebagai tambahan. Cas diabadikan. Juga, kekuatan gandingan

QCD, yang diparameterkan oleh  $\alpha_s$ , adalah berlainan nilai berbanding kekuatan gandingan QED, yang diparameterkan  $\alpha$  atau  $e$ . QCD punyai gandingan lagi kuat:  $\alpha_s \sim 1$  sementara  $\alpha \cong 1/137$ , dengan itu mempunyai kebarangkalian lebih besar untuk berlaku.

Daripada Lagrangean QCD, tambahan kepada perambat kuark dan perambat gluon, terdapat bucu-bucu asas kuark-kuark-gluon, gluon-gluon-gluon dan empat gluon. Bucu kuark-kuark-gluon ialah berikut:

$$= ig\lambda_{ki}^a \gamma_{mn}^\mu$$

Ini serupa bucu elektron-elektron-foton dalam QED, cuma dengan pemalar gandingan berbeza, dan dengan faktor penjana SU(3) dari QCD. Oleh kerana kumpulan tolak untuk QCD ialah SU(3) yang bukan abelian, sebutan ketiga untuk  $F^{\mu\nu}$  di atas bukan sifar. Sebutan tambahan ini, berbanding QED, membawa kepada bucu tiga gluon dan bucu empat gluon dalam QCD. Warna diabadikan, jadi misalnya jika kuark masuk berwarna merah, dan gluon tersinar berwarna merah antihijau, maka kuark yang keluar berwarna hijau.

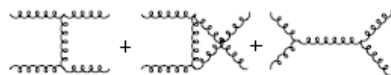
Bucu tiga gluon memberikan faktor berikut:

$$= gf^{abc} [g^{\alpha\beta}(p-q)^\gamma + g^{\beta\gamma}(q-r)^\alpha + g^{\gamma\alpha}(r-p)^\beta]$$

Bentuk sebutan  $g^{\mu\nu\rho}$  diperlukan untuk ketakvarianan Lorentz, sementara statistik Bose-Einstein untuk gluon memerlukan kombinasi antisimetri dalam kurungan empatsegi, oleh kerana  $f^{abc}$  berantisimetri. Bucu empat gluon pula adalah seperti berikut:

$$= -ig^2 f^{zac} f^{zbd} (g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} - g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma}) - ig^2 f^{xad} f^{zbc} (g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta} - g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta}) - ig^2 f^{xab} f^{zcd} (g^{\alpha\gamma} g^{\beta\delta} - g^{\alpha\delta} g^{\beta\gamma})$$

Faktor ditentukan di atas pertimbangan ketakvarianan Lorentz, simetri Bose, dan analisis dimensi. Bersama gambarajah-gambarajah



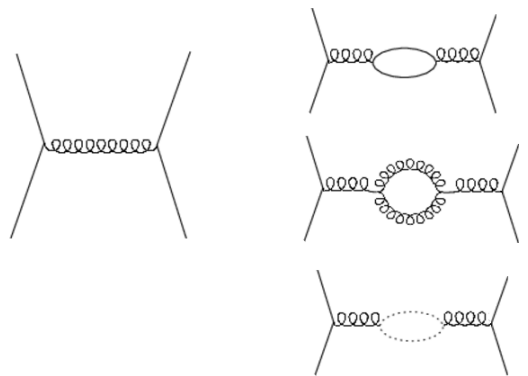
ia juga memberikan ketakvarianan tolak kepada proses  $gg \rightarrow gg$ .

Swagandingan gluon boleh membawa kepada gelung gluon berganding dengan gluon, dan, dengan sesetengah penetapan tolak termasuk tolak kovarian, kepada komponen skalar dalam gluon. Ini tidak munasabah, padahal gluon itu vektor secara teorinya. Komponen ini perlu dibuang, dan ini dilakukan dengan menambahkan terma-terma scalar "hantu" kepada Lagrangean, yang membatalkannya. Gambarajah hantu diberikan berikut. Sumbangan dibuat bilamana ada gelung gluon.

$$\alpha \text{ --- } p \text{ --- } b = \delta^{ab} \frac{i}{p^2 + i\epsilon}$$

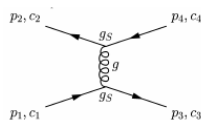
$$\begin{array}{c}
 \alpha, \alpha \\
 | \\
 \text{---} \\
 | \\
 b \text{ --- } q \text{ --- } c
 \end{array} = -g f^{abc} q^\alpha$$

Perhatikan bahawa hantu bukan fizikal, jadi tidak boleh membentuk garisan luar. Juga, ia hanya bergantung dengan gluon. Hantu menyumbang apabila ada gelung gluon, seperti dalam pembedulan peringkat tinggi kepada perambat gluon. Bagi tindakbalas  $q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$ , ini adalah seperti berikut.



Seperti untuk fermion, hantu mempunyai -1 untuk setiap gelung tertutup. Namun ada pilihan tolak yang tak kovarian di mana gluon hanya punyai darjah kebebasan 'fizikal' dan hantu tidak wujud.

Pada jarak dekat (katakan, kurang daripada 0.1 fm), serakan kuark boleh diperihalkan oleh penukaran satu gluon, seperti berikut.



Membandingkan dengan QED, oleh itu, pada jarak dekat ini, keupayaan QCD ialah

$$V_{\text{QCD}}(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r}$$

Faktor 4/3 ialah faktor warna, dan keupayaan ini adalah keupayaan menarik.

QCD menyerupai QED, kecuali faktor ini, gandingan yang lebih besar, dan boson pengantaranya juga bercas warna. Berwarnanya gluon itu ialah perbezaan yang besar, yang membawa kepada kewujudan bucu-3 dan bucu-4 gluon. Ini mewakili swasalingtindak di antara gluon.

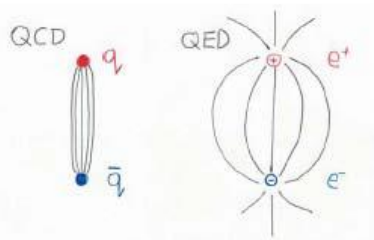
#### 8.4 Pengurangan dan penyerpihan

Kuark bebas tidak dilihat. Warna telanjang tidak dilihat – jika tidak, bolehlah dikesan kuark-kuark bersendirian dengan cas elektrik pecahan. Ini juga berkait dengan julat daya nukleus kuat – ia hanya dirasakan sehingga jarak lebih-kurang saiz hadron, dengan kesan seakan van der Waals hingga saiz nukleus.

Walaupun keupayaan daya kuat belum dapat dikira daripada teori asas, pada jarak besar, ia dipercayai bersifat linear terhadap jarak, iaitu  $V(r) \sim kr$  pada  $O(1 \text{ fm})$ . Oleh kerana gluon juga punyai warna, gluon dalam medan warna berswasalingtindak, dan garis daya QCD ditarik ke dalam memberikan tatarajah tetangsi dengan keupayaan linear. Tenaga terstor per jarak unit dalam medan itu ialah malar, dan pemisahan dua zarah berwarna ke jarak infiniti memerlukan tenaga infiniti. Jadi apabila dua benda yang diikat medan warna berpisah, tenaga keupayaan bertambah sehingga ia mencukupi untuk menghasilkan pasangan warna-antiwarna dari vakum, yang mengekalkan 'keputihan' atau keneutralan warna pada jarak jauh, dan warna dikurungkan kepada julat terhad. Pengaruh daya nukleus kuat hanyalah dalam julat saiz nukleon, selebih itu proses penyerpihan atau penghadronan menyebabkan tiada medan warna bersih wujud. Hadron yang stabil punyai cas warna bersih sifar, atau 'berwarna putih'. Meson berkeadaan warna-antiwarna tertentu,

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} |r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g}\rangle$$

sementara baryon berkeadaan campuran tiga warna berbeza yang memberikan keadaan neutral warna menurut SU(3) warna. Tukarganti gluon tunggal dalam hadron boleh menukar warna kuark dan antiquark, tetapi warna bersih keseluruhan tidak berubah.



*Garis medan warna QCD ditarik ke dalam, berbanding garis medan QED, kerana gluon juga punyai warna.*

Jadi, apabila suatu parton terhasil dalam sesuatu tindakbalas, keadaan akhir yang dilihat adalah dalam bentuk sekumpulan hadron. Jika parton itu mempunyai momentum yang tinggi, hadron-hadron itu digalakkan ke dalam bentuk jet.

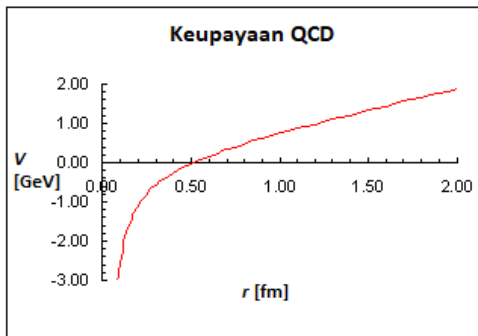


*Jet-jet hadron daripada 3 parton.*

Keupayaan keseluruhan QCD bolehlah ditulis

$$V_{\text{QCD}}(r) = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r} + kr,$$

yang memberikan bentuk QED pada jarak dekat, cuma kuark terikat kuat, bila dibandingkan magnitud  $\alpha_s$  dengan  $\alpha$ . Pada jarak besar, keupayaan bertambah secara linear dan berbentuk tegangan tetangsi. Daya di antara dua kuark pada jarak besar ialah  $F = \left| \frac{dV}{dr} \right| = k = 1 \text{ GeV/fm} = 16000 \text{ N}$ .



*Lengkung keupayaan QCD*

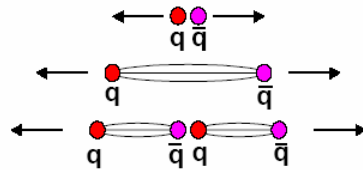
Dari segi penabiran, pada jarak dekat, cas warna ditabir, seperti dalam QED. Dalam QED cas terbuka suatu elektron ditabir oleh awan pasangan-pasangan elektron-positron maya. Dalam QCD, cas warna ditabir oleh awan pasangan kuark-antikuark, pada jarak dekat. Maka warna mengurang terhadap jarak. Namun, oleh kerana gluon juga punyai warna, ada juga awan gluon maya di keliling suatu cas warna. Ini tiada kesepadannya dalam QED. Cas warna gluon-gluon maya ini menyumbang kepada cas terbuka dan menyebabkan antitabiran. Dengan itu cas warna meningkat terhadap jarak. Kesan antitabiran ini lebih berpengaruh daripada kesan tabiran. Pada jarak besar, atau tenaga rendah,  $\alpha_s \sim 1$ . Jadi gambarajah-gambarajah Feynman berperingkat tinggi bernilai lebih besar, dan hasil tambah gambarajah mencapah. Teori usikan yang menjadi asas hasil tambah gambarajah Feynman, gagal. Kaedah-kaedah bukan-usikan diperlukan pada rantau jarak atau tenaga sebegini. Satu pendekatan ialah dengan melihat keupayaan di antara pasangan warna-antiwarna seperti tetangsi dengan pemalar tetangsi  $k$ .

Penyerpihan, atau penghadronan merujuk kepada proses penjelmaan parton menjadi jet hadron-hadron. Warna bogel tidak kelihatan oleh kerana pengurungan, jadi kuark dan gluon bogel tak dilihat. Proses penghadronan memberikan keadaan akhir berbentuk hadron-hadron berwarna.

Bila kuark dan antiquark berpisah, tenaga tangsi  $E_s$  bertambah. Bila  $E_s$  melebihi jisim suatu pasangan kuark dan antiquark, pasangan itu terkeluar daripada vakum. Ini dipanggil penyerpihan. Kini wujud 2 subtangsi dan masing-masingnya kemudian melalui proses penyerpihan yang serupa. Tenaga tangsi semakin kurang semakin hadron dikeluarkan. Akhirnya, proses penghadronana tamat bila baki tenaga tidak lagi mencukupi untuk memberikan hadron tambahan, dan hadron-hadron yang terkolimat berhampiran arah-aras asal kuark dan antiquark awal terhasil, dalam bingkai pusat jisim, yang dinamakan jet.

Dalam rantau usikan, iaitu pada jarak dekat, teori usikan, dalam bentuk gambarajah Feynman, boleh digunakan dalam menerangkan evolusi parton. Selepas itu, apabila pengurungan mula mempengaruhi, teori usikan tak boleh digunakan lagi dan kita perlu merujuk kepada model-model bukan-usikan.

Model tetangsi menerangkan proses penyerpihan, atau penghadronan parton. Misalnya, dalam proses  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ , kuark dan antiquark berpisah dengan laju dan medan di antaranya membentuk tetangsi.



*Kuark dan antiquark berpisah tapi terikat oleh medan tangsi.*

Setelah parton terhasil bebas secara usikan, warna yang bogel di parton-parton itu harus ditutupi. Daya warna boleh digariskan dari suatu cas warna kepada suatu cas antiwarna berkenaan. Bila dua parton dengan medan warna di antaranya bergerak dengan cepat berpisah satu dari yang satu, keamatan medan, yang bergantung kepada jarak, meningkat mendadak. Parton dengan cas warna tertentu, punyai ikatan medan dengan parton lain dengan cas yang bertentangan. Bila tenaga medan tetangsi ini melebihi dua jisim kuark, pasangan kuark-antiquark terhasil dan tetangsi terputus dua. Proses penyerpihan ini berterusan di dalam subtetangsi masing-masing sehinggalah tidak cukup lagi tenaga untuk menghasilkan parton baharu.

Penerowongan pasangan kuark-antiquark dalam medan tangsi diberikan oleh kebarangkalian per masa unit per isipadu unit berikut,

$$P = \frac{g^2 \epsilon^2}{16\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \exp\left(-\frac{2\pi m^2 n}{g\epsilon}\right)$$

di mana  $g/2$  ialah cas keunsuran,  $\epsilon$  medan, dan  $m$  jisim setiap zarah. Penabiran menyebabkan tangsi asal di"potong". Bagi jet kuark, potongan pertama di  $(x_1, t_1)$  (jet dalam arah  $x$ ) memberikan antiquark untuk berpasang dengan kuark ini dalam suatu meson, sementara kuark baru dari sini pula

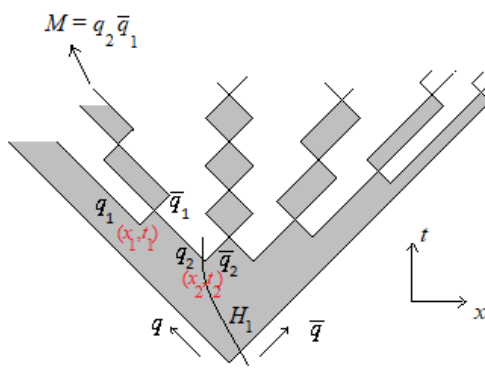
berpasang dengan antiquark dari potongan kedua di  $(x_2, t_2)$ . Bagi hadron dari kuark dan antiquark ini dengan jisim tertentu  $M$ ,

$$(x_2 - x_1)^2 - (t_2 - t_1)^2 = \frac{M^2}{\kappa^2}$$

di mana  $\kappa = g\varepsilon/2$ , iaitu tenaga/jarak tangsi. Ini merupakan titik-titik di atas hiperbola  $H_1$ , yang boleh diparameterkan

$$(x_2 - x_1, t_2 - t_1) = \frac{M}{\kappa} (\cosh y, \sinh y)$$

seperti di bawah.



*Dinamik serpihan tangsi.*

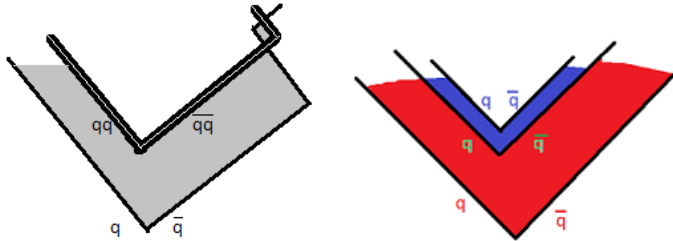
Taburan momentum seranjang kepada arah tangsi, diberi oleh gemuknya tangsi. Ini boleh diandaikan sebagai taburan Gaussian bebas jisim dan tak berkorelasi. Kebarangkaliannya diberikan

$$P(p_T) \sim \frac{g\varepsilon}{8\pi^2} \exp\left(-\frac{2\pi E^2}{g\varepsilon}\right) d^2 p_T.$$

Bagi keadaan dengan tenaga rendah, korelasi menjadi penting.

Serpihan tangsi cocok untuk penghasilan meson, namun bagaimanakah baryon terhasil? Paling mudah, boleh dianggapan bahawa pasangan dwikuark-antidwikuark juga boleh menerowong keluar dari vakum dalam medan tangsi. Dwikuark bertransformasi seperti antiquark dalam simetri SU(3). Kebarangkalian pengeluaran dwikuark dicirikan oleh jisim dwikuark masing-masing. Baryon juga boleh terhasil melalui pengeluaran 2 pasang kuark-antikuark dalam tempoh yang dekat. Pasangan pertama berwarna lain daripada medan asal; ada kebarangkalian untuk ia menerowong keluar, dengan nilai separuh. Maka medan baki ialah medan warna ketiga, dan jika pasangan kuark-antikuark dengan warna ini sempat menerowong, baryon terhasil dengan 3 kuark berlainan warna itu.





Penghasilan baryon akibat dwikuark, dan akibat kuark berjujuk ("bertih jagung")

Gluon juga berwarna, dan oleh itu menerpih kepada hadron-hadron juga.

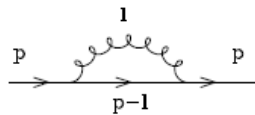
### 8.5 Pemalar gandingan berlari

Kesan tabiran warna mengurangkan cas warna terhadap jarak, sementara antitabiran warna oleh gluon maya menyebabkan cas warna bertambah terhadap jarak. Oleh kerana antitabiran mendominasi tabiran, cas warna berkesan bertambah terhadap jarak. Ini juga boleh dilihat sebagai bertambahnya nilai  $\alpha_s$  dengan jarak. Jarak pula mencerminkan tenaga salingtindak.

Jadi, pemalar gandingan QCD, boleh dilihat "berlari" terhadap tenaga. Pada prinsipnya, verteks QCD membabitkan pemalar gandingan bogel dengan nilai nominalnya. Apabila diandaikan diambilkira pembetulan oleh kuark dan gluon maya secara tersirat, pemalar gandingan ini berubah, dan nilai ini bergantung kepada pembetulan yang perlu dimasukkan, yang bergantung kepada tenaga salingtindak.

Mula-mulanya, pemalar gandingan QCD,  $\alpha_s$ , mempunyai nilai yang agak besar berbanding pemalar gandingan QED,  $\alpha$ . Ini bermakna, dalam kerangka teori usikan, yang mengira kadar sesuatu proses itu menerusi hasil tambah siri gambarajah-gambarajah Feynman dengan bilangan vertex meningkat, pengiraan QCD perlu mengambilkira gambarajah Feynman pada peringkat lebih tinggi untuk mendapat kejituan tertentu.

Pengiraan usikan menggunakan gambarajah Feynman juga dirumitkan oleh infiniti yang timbul dalam gambarajah-gambarajah tertentu. Ini kerana ada kiraan kamiran terhadap semua momentum dan juga terma-terma yang dibahagi oleh nombor menghampiri sifar. Satu contoh ialah gambarajah berikut, yang merupakan gambarajah peringkat tinggi kepada garisan kuark atau perambat kuark, yang dilihat sebagai swatenaga kuark itu.

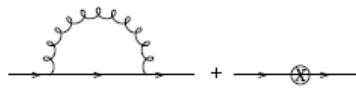


Dari peraturan Feynman, ini memberikan sebutan

$$(-ig)^2 C_F \int \frac{d^4 l}{(2\pi)^4} \gamma_\mu \frac{i}{\not{p} + \not{l}} \gamma_\nu \left( -\frac{ig^{\mu\nu}}{l^2} \right)$$

di mana  $C_F$  adalah faktor warna,  $C_F = \frac{1}{3} \text{tr} \sum_a \lambda^a \lambda^a$ . Sebutan ini mempunyai kamiran yang mencapai apabila  $|l| \rightarrow \infty$ , yang dikenali sebagai capahan ultralembayung.

Untuk menangani masalah sebegini, perlu dilakukan penalaran dan pernormalan semula. Oleh kerana titik sifar keupayaan boleh berubah tanpa mengubah daya yang terakibat, kita boleh sesuaikan titik sifar ini supaya keupayaan fizikal bukanlah tak terhingga (semacam menolak infiniti daripada infiniti untuk membakikan nilai terhad). Untuk menjadikan ini bermakna, kita harus nalarkan sebutan yang memberi infiniti itu dengan menjadikannya terhad oleh sebab misalnya penggalan tertentu. Kemudian pernormalan semula dilakukan dengan menambahkan terma balas yang membatalkan sebutan mencapai tadi. Keadaan sediakala diperolehi semula dengan melonggarkan penggalan. Sudah tentunya kaedah penalaran dijalankan tidak harus mempengaruhi



jawaban akhir.

Pada tahap gambarajah Feynman, kita perlu tambahkan gambarajah yang mewakili terma-terma balas. Untuk garisan kuark di atas, kita letakkan

yang memberikan  $-i\not{p}\Sigma(p) + i\not{p}\Sigma(p)$  di mana  $\Sigma(p) = iC_F \int \frac{d^4l}{(2\pi)^4} \frac{1}{l^2(p+l)^2}$ . Kemasukan terma balas ini boleh dilihat sebagai pernormalan semula garisan kuark, dengan mendefinisikan

$$\psi_R = (1 + \Sigma(p^2))^{1/2} \psi$$

dan menggunakannya sebagai ganti  $\psi$  dalam Lagrangean.

Kaedah penalaran yang didapati terbaik ialah penalaran dimensionan. Dalam dimensi  $D$  yang kurang daripada 4, kamiran seperti berikut mempunyai nilai terhad:

$$I_D(M^2) = \int \frac{d^D l}{(2\pi)^D} \frac{1}{(l^2 + M^2)^2}$$

Kita boleh lakukan perkiraan dengan nilai  $D$  yang kurang daripada 4, lakukan pernormalan semula, dan kemudian kembalikan nilai  $D = 4$ . Jika  $\Omega_{D-1}$  mewakili permukaan sfera berdimensi  $D$ , dengan itu  $d\Omega_{D-1}$  ialah sudut pepejal kebedaan dalam dimensi  $D$ , kita boleh tulis

$$d^D l = d\Omega_{D-1} l^{D-1} dl$$

untuk metrik Euklidian. Sekarang,

$$\int d^D l e^{-l^2} = \Omega_D \int_0^\infty l^{D-1} e^{-l^2} dl = \Omega_D \frac{1}{2} \int_0^\infty dl^2 (l^2)^{\frac{D-2}{2}} e^{-l^2} = \Omega_D \frac{1}{2} \int_0^\infty dx x^{\frac{D-2}{2}} e^{-x} = \frac{\Omega_D}{2} \Gamma\left(\frac{D}{2}\right)$$

di mana  $\Gamma(\bullet)$  ialah fungsi gamma. Tetapi,

$$\int d^D l e^{-l^2} \equiv \left( \int dl e^{-l^2} \right)^D = \pi^{D/2}$$

daripada kamiran piawai Gaussian, memberikan kita ungkapan untuk  $\Omega_D$ . Dengan itu, menggantikan  $d^D l$ ,

$$I_D(M^2) = \frac{1}{(4\pi)^{D/2}} \frac{1}{\Gamma(D/2)} \int_0^\infty dx x^{\frac{D-2}{2}} (x + M^2)^{-2} = \frac{1}{(4\pi)^{D/2}} \frac{\Gamma(2-D/2)}{\Gamma(2)} (M^2)^{\frac{D}{2}-2}$$

Biar  $D = 4 - 2\varepsilon$ , dengan  $\varepsilon$  kecil. Oleh kerana (e.g. menerusi kembangan Taylor)

$$\Gamma(\varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon} - \gamma + \mathcal{O}(\varepsilon),$$

di mana  $\gamma$  ialah pemalar Euler-Mascheroni, kita peroleh,

$$(4\pi)^2 I_D(M^2) \rightarrow \frac{1}{\epsilon} - \log 4\pi M^2 - \gamma.$$

Bahagian mencapah kamiran asal telah dinalarkan sebagai kutub pada  $(D - 4)$ . Seperti keupayaan yang hanya nilai kebedaanya yang menentukan dinamik, bukan nilai mutlaknya, dan oleh itu kita boleh menyesuaikan nilai mutlak ini, kita boleh normalkan semula kamiran ini dengan membuat tolakan, dan kita manfaatkan tolakan ini untuk menghilangkan kutub  $1/\epsilon$ . Kita perolehi

$$I(M^2) = I(\mu^2) + (4\pi)^2 \log\left(\frac{\mu^2}{M^2}\right)$$

di mana skala tolakan  $\mu$  dikenali sebagai skala pernormalan semula.

Penalaran dan pernormalan semula perlu dibuat untuk gambarajah-gambarajah swatenaga gluon, gandingan kuark-kuark-gluon, dan gandingan trigluon juga. Nilai-nilai 'bogel' fungsi gelombang spinor,  $\psi$ , keupayaan medan tolak,  $A^\mu$ , dan pemalar gandingan,  $g$ , digantikan dengan nilai-nilai ternormal semula.

Supaya pemalar gandingan ternormal semula  $g_R$  kekal tak berdimensi, kita perlukan  $g \sim \mu^\epsilon g_R$ . Ini membawa kepada gandingan kuat,  $\alpha_s = g^2/4\pi$ , berlari, iaitu bergantung kepada skala pernormalan semula,  $\mu$ . Oleh kerana skala ini sembarangan dan tidak diketahui pemalar gandingan bogel,

$$\frac{\partial g}{\partial \mu} = 0.$$

Ini membawa kepada keberlarian  $\alpha_s$  seperti berikut,

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{1}{b_0 \log(\mu^2/\Lambda^2)}$$

di mana  $b_0$  ialah faktor positif selagi bilangan perisa kuark kurang daripada 16, dan  $\Lambda$  ialah skala di mana gandingan menjadi tak terhingga, daripada syarat sempadan.

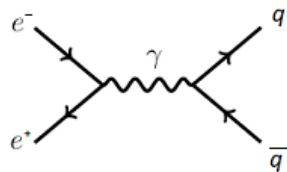
Walaupun  $\alpha_s$  bergantung kepada skala  $\mu$ , namun ini tidak mengapa kerana  $\alpha_s$  bukan kuantiti fizikan. Yang diukur, yang fizikan, adalah keratan rentas dan sebagainya, yang bukan sahaja bergantung kepada  $\alpha_s$ , tetapi juga kepada unsur matriks salingtindak, yang sendiri bergantung juga kepada  $\mu$ . Ketakvarianan kuantiti fizikan terhadap skala pernormalan semula boleh dilihat sebagai suatu simetri, yang diperihalkan oleh apa yang disebut kumpulan pernormalan semula.

### 8.6 Ketakvarianan kumpulan pernormalan semula

Kuantiti fizik yang diukur tidak harus bergantung kepada skala pernormalan semula  $\mu$ . Ketakvarianan ini boleh digunakan dalam pengiraan. Pertimbangkan suatu kuantiti fizikan, katakan nisbah pengeluaran hadron dalam pemusnahabisan elektron-positron,

$$R = \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadron})/\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-).$$

Pengeluaran hadron terhasil daripada gambarajah Feynman QED asas (penghampiran Born)



dengan gambarajah lebih tinggi yang membabitkan bucu-bucu QCD di sebelah kuark dan antikuark.  $R$  boleh dikira menerusi kiraan usikan menggunakan gambarajah-gambarajah ini. Sebagai siri usikan terhadap kuasa-kuasa gandingan ternormal semula  $\alpha_s$ ,

$$R(\alpha_s, t) = 1 + \alpha_s f_1(t) + \alpha_s^2 f_2(t) + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_s^n f_n(t)$$

di mana  $t = s/\mu^2$ , dan faktor perisa telah diabaikan.  $R$  sebagai suatu kuantiti fizik, tidak boleh bergantungkan  $\mu$ , dan ini menetapkan fungsi-fungsi  $f_n(t)$ . Bahkan, sepatutnya,

$$\mu^2 \frac{dR}{d\mu^2} = 0.$$

Pergantungan kepada  $\mu$  tersirat dalam pergantungan separa kepadanya dan dalam pergantungan separa kepada  $\alpha_s$ , jadi,

$$\left[ \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \beta(\alpha_s) \frac{\partial}{\partial \alpha_s} \right] R(\alpha_s, s/\mu^2) = 0.$$

Siri usikan memberikan,

$$\beta(\alpha_s) f_1(t) + \alpha_s \mu^2 \frac{df_1}{d\mu^2} + 2\alpha_s \beta(\alpha_s) f_2(t) + (\alpha_s)^2 \mu^2 \frac{df_2}{d\mu^2} + \dots = 0.$$

$\beta$  adalah pada peringkat  $\alpha_s^2$ , jadi pada penghampiran peringkat  $\alpha_s$ , kita perolehi  $\frac{df_1}{d\mu^2} = 0$  ataupun  $f_1 = \alpha_1$ , pemalar.  $R$  pada peringkat satu gelung bernilai terhad. Pada peringkat  $\alpha_s^2$ ,

$$\beta(\alpha_s) f_1(t) + \alpha_s^2 \frac{df_2}{d \log \mu^2} = 0$$

atau

$$f_2 = b_0 a_1 \log \frac{\mu^2}{s} + a_2$$

di mana  $a_2$  ialah pemalar kamiran. Jadi sehingga peringkat  $\alpha_s^2$ ,

$$R = 1 + a_1 \alpha_s + a_1 b_0 \alpha_s^2 \log \frac{\mu^2}{s} + a_2 \alpha_s^2 + \dots$$

Sebutan pertama selepas 1 ialah sumbangan gambarajah satu gelung, sementara yang dua selepas itu datangnya daripada saling-tindak dua-gelung. Ketakvarianan pernormalan semula membolehkan kita mengetahui pekali sebutan 2-gelung tanpa melakukan kiraan penuh 2-gelung. Sila catatkan bahawa dalam had tenaga tinggi ( $s \rightarrow \infty$ ), sebutan logaritma sumbangan 2-gelung menjadi sangat besar. Nilai berangkanya sama peringkat  $\alpha_s$  apabila  $\log s/\mu^2 \sim 1/b_0 \alpha_s$ . Boleh disemak bahawa ketakvarianan pernormalan semula mengkehendaki kewujudan sebutan logaritma spsertinya pada semua peringkat teori usikan (peringkat gambarajah). Khususnya,

$$f_n(t) = a_1 \left[ b_0 \log \frac{\mu^2}{s} \right]^n + \dots$$

Sebutan-sebutan logaritma ini boleh dikumpulkan, menjadikan

$$R = 1 + a_1 \alpha_s \left[ 1 + \alpha_s b_0 \log \frac{\mu^2}{s} + \left( \alpha_s b_0 \log \frac{\mu^2}{s} \right)^2 + \dots \right] + a_2 \alpha_s^2 + \dots$$

ataupun

$$R = 1 + a_1 \frac{\alpha_s(\mu)}{1 + \alpha_s(\mu) b_0 \log \frac{\mu^2}{s}} + a_2 \alpha_s^2 + \dots$$

Ini setara dengan

$$R = 1 + a_1 \alpha_s(s) + a_2 \alpha_s^2 + \dots$$

Lihat bahawa

$$\frac{\alpha_s(\mu)}{1 + \alpha_s(\mu) b_0 \log \frac{\mu^2}{s}} = \frac{1}{b_0 \log \frac{\mu^2}{\Lambda^2} + b_0 \log \frac{s}{\mu^2}} = \frac{1}{b_0 \log \frac{s}{\Lambda^2}} \equiv \alpha_s(s).$$

Ketakvarianan pernormalan semula (RG) mengekang bentuk pembetulan-pembetulan peringkat tinggi. Semua sebutan logaritma peringkat tinggi ditentukan dalam sebutan pekali-pekali peringkat rendah yang terhingga. Sebutan-sebutan ini boleh dihasil-tambah semula hanya dengan mengsetkan skala  $\alpha_s$  ke nilai  $s$ . Boleh disemak bahawa ini juga benar untuk sebutan-sebutan peringkat lebih tinggi, misalnya yang punyai pekali  $a_2$ . Hasil akhirnya berbentuk

$$R = 1 + a_1\alpha_s + a_2\alpha_s^2 + a_3\alpha_s^3 + \dots$$

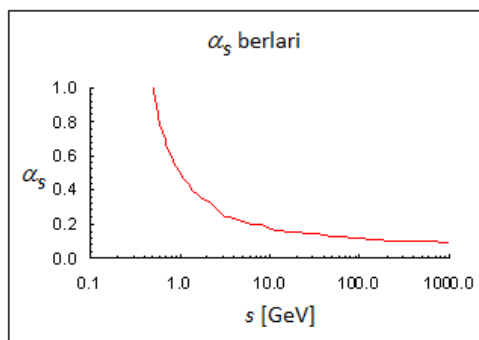
Nilai-nilai  $a_1$ ,  $a_2$ , dan lain-lain perlu dikira secara tersurat. Namun sekarang kiraan sehingga peringkat  $n$  betul-betul memberikan ralat  $\alpha_s^{n+1}$ , dan tidak lagi di mana sebutan-sebutan peringkat lebih tinggi sebesar sebutan-sebutan peringkat lebih rendah.

### 8.7 Kebebasan Asimptotan

Pada jarak jauh, didapati QCD mengurung. Namun, pada jarak dekat, ada pula kebebasan asimptotan. Kebebasan asimptotan merujuk kepada keadaan di mana zarah-zarah berwarna tidak merasai apa-apa daya warna pada jarak yang dekat.

Dalam QED, penghadangan medan elektrik suatu cas elektrik yang berlaku pada jarak jauh akibat pengutuban vakum, menjadi semakin kecil apabila kita menghampiri cas berkenaan, dan kita jangkakan kesan medan ini menjadi semakin kuat. Namun bagi QCD, oleh kerana kewujudan 3 jenis cas, dan kerana gluon juga berwarna (dan antiwarnanya), penghadangan yang berlaku rupanya hampir sempurna pada jarak-jarak dekat.

Ini dicerminkan juga oleh nilai  $\alpha_s$  berlari pada jarak dekat, yang sepadan dengan tenaga tinggi. Misalnya, pada skala tenaga 100 GeV,  $\alpha_s = 0.12$ . Kuark bertenaga seakan bebas dengan nilai  $\alpha_s$  berkesan yang rendah. Hasil-tambah gambarajah-gambarajah Feynman menumpu. Teori usikan QCD boleh-pakai. Inilah kebebasan asimptotan. Untuk penemuan ini, Gross, Politzer dan Wilczek memenangi Hadiah Nobel dalam tahun 2014.



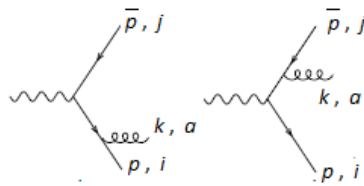
Nilai  $\alpha_s$  berkesan pada pelbagai tenaga.

### 8.8 Pengeluaran gluon lembut

Pengurangan objek berwarna membawa kepada serpihan atau penghadronan. Sesuatu parton bogel tidak kelihatan, namun parton ini merupa hadron-hadron setempat; jika parton asal bertenaga tinggi, maka hadron-hadron ini digalakkan dalam bentuk jet. Jadi garisan-garisan asas kuark memberikan jet masing-masing, begitu juga garisan gluon keras (bertenaga tinggi) yang misalnya terhasil daripada bremsstrahlung gluon, memberikan jet. Sebagaimana proses keras diperihalkan

QCD, proses penghadronan itu sendiri ialah proses QCD. Pengeluaran gluon lembut memainkan peranan penting dalam penghasilan keadaan-keadaan akhir. Seperti bremsstrahlung foton dalam QED, yang spektrum pengeluaran bertelatah  $\sim 1/E$ , kebarangkalian penghasilan gluon lembut adalah besar. Namun, kita boleh gunakan kelembutan (yakni jarak gelombang besar) gluon tersebut untuk mengabaikan dinamik jarak dekat.

Pertimbangkan pengeluaran gluon lembut oleh dalam reputan sistem kuark-antikuark hasilan foton maya, diberi oleh dua rajah berikut.



Menggunakan  $\Gamma_\mu$  untuk mewakili verteks saling-tindak foton (gantikan dengan yang berkenaan jika verteks lain digunakan), amplitud gambarajah-gambarajah ini adalah seperti berikut.

$$A_{\text{lembut}} = \bar{u}(p)\varepsilon(k)(ig)\frac{-i}{\not{p}+\not{k}}\Gamma^\mu v(\bar{p})\lambda_{ij}^a + \bar{u}(p)\Gamma^\mu \frac{-i}{\not{p}+\not{k}}(ig)\varepsilon(k)v(\bar{p})\lambda_{ij}^a.$$

Seterusnya,

$$A_{\text{lembut}} = \left[ \frac{g}{2p \cdot k} \bar{u}(p)\varepsilon(k)(\not{p} + \not{k})\Gamma^\mu v(\bar{p}) - \frac{g}{2\bar{p} \cdot k} \bar{u}(p)\Gamma^\mu (\not{p} + \not{k})\varepsilon(k)v(\bar{p}) \right] \lambda_{ij}^a.$$

Bagi gluon lembut,  $k \ll p, \bar{p}$ , jadi  $k$  boleh diabaikan, dan menggunakan persamaan Dirac, kita perolehi,

$$A_{\text{lembut}} = g\lambda_{ij}^a \left( \frac{p \cdot \varepsilon}{p \cdot k} - \frac{\bar{p} \cdot \varepsilon}{\bar{p} \cdot k} \right) A_{\text{Born}},$$

di mana  $A_{\text{Born}}$  adalah amplitud tahap Born. Kita boleh anggap bahawa pengeluaran gluon lembut memberikan suatu faktor keluaran yang mendarab amplitud asal. Dengan itu, peraturan Feynman untuk pengeluaran gluon lembut ialah

$$p, i \rightarrow p, i + g \lambda_{ij}^a 2p^\mu$$

Pengeluaran gluon lembut melalui *aturan sudut*. Ini adalah di mana gluon lembut yang seterusnya dikeluarkan oleh kuark asal membuat sudut yang lebih kecil berbanding yang sebelumnya. Hasilnya, sinaran gluon ini dihadkan di dalam kon-kon yang makin kecil di keliling arah kuark, dan keadaan akhir kelihatan seperti jet parton-parton yang terkolimat. Juga, struktur aliran warna dalam evolusi jet memaksa pasangan kuark-antikuark yang berada dalam keadaan singlet warna supaya berhampiran dalam ruang fasa, menghormati pengurangan warna.

Pengaturan warna berlaku seperti berikut. Bagi suatu pasangan kuark-antikuark terhasil daripada pereputan foton maya laju, amplitud pengeluaran gluon lembut diberikan seperti ungkapan di atas. Mengkuasadua amplitud ini, dan menghasiltambah terhadap warna, dan memasukkan ruang fasa gluon, kita dapati, unsur keratan rentas pengeluaran gluon lembut,

$$d\sigma_g = \sum |A_{\text{lembut}}|^2 \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k^0} = \sum |A_0|^2 \frac{-2p^\mu \bar{p}^\nu}{(pk)(\bar{p}k)} g^2 \sum \varepsilon_\mu \varepsilon_\nu^* \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2k^0}$$

di mana  $A_0$  ialah amplitud peringkat terendah, iaitu  $A_{\text{Born}}$ . Dengan menulis  $d\sigma_0$  mewakili unsur keratan rentas peringkat terendah,

$$d\sigma_g = d\sigma_0 \frac{2(p\bar{p})}{(pk)(\bar{p}k)} g^2 C_F \left( \frac{d\phi}{2\pi} \right) \frac{k^0 dk^0}{8\pi^2} d \cos \theta$$

$$= d\sigma_0 \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \frac{dk^0 d\phi}{k^0 2\pi} \frac{1 - \cos \theta_{ij}}{(1 - \cos \theta_{ik})(1 - \cos \theta_{jk})} d \cos \theta$$

di mana  $\theta_{\alpha\beta} = \theta_\alpha - \theta_\beta$ , dan  $i, j, k$  masing-masing merujuk kepada arah kuark, antiquark dan gluon. Kita boleh tulis

$$\frac{1 - \cos \theta_{ij}}{(1 - \cos \theta_{ik})(1 - \cos \theta_{jk})} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\cos \theta_{jk} - \cos \theta_{ij}}{(1 - \cos \theta_{ik})(1 - \cos \theta_{jk})} + \frac{1}{1 - \cos \theta_{ik}} \right] + \frac{1}{2} [i \leftrightarrow j] \equiv W_{(i)} + W_{(j)}.$$

Dua fungsi  $W_{(i)}$  dan  $W_{(j)}$  ini kita ingin tafsirkan sebagai kebarangkalian sinaran daripada garisan-garisan kuark dan antiquark. Setiapnya mempunyai nilai kamiran hanya dalam kon yang diberikan putaran antiquark keliling kuark dan sebaliknya,

$$\int \frac{d\phi}{2\pi} W_{(i)} = \begin{cases} \frac{1}{(1 - \theta_{ik})}, & \text{jika } \theta_{ik} < \theta_{ij} \\ 0, & \text{jika tidak} \end{cases}$$

$$\int \frac{d\phi}{2\pi} W_{(j)} = \begin{cases} \frac{1}{(1 - \theta_{jk})}, & \text{jika } \theta_{jk} < \theta_{ij} \\ 0, & \text{jika tidak} \end{cases}$$

( $\phi$  adalah sudut keliling arah  $i$  atau  $j$ ). Dengan itu, pengeluaran gluon lembut hanya berlaku dalam kon-kon ini. Sinaran ini boleh dianggap bebas, iaitu tiada interferens di antaranya, selagi ia terhad dalam kon masing-masing.

Jika pengiraan ini diulang untuk pengeluaran suatu gluon tambahan, kita dapati kekangan yang sama, tetapi kini kon-kon ini merujuk pula kepada yang terhasil daripada garisan gluon pertama dan kuark atau antiquark berkenaan. Ini bermakna gluon kedua disinarkan di antara bukaan arah gluon pertama dan kuark/antikuark asal. Sudut sinaran gluon kedua lebih kecil berbanding untuk gluon pertama, dan seterusnya untuk sinaran gluon seterusnya. Ini disebut aturan sudut bagi sinaran gluon lembut.

Oleh kerana cas warna mengalir langsung daripada parton penyinar dan parton yang disinarkan, dan pelembutan sinaran kemudian dan aturan sudut ini yang mengkolimat jet parton yang kemudian membentuk hadron, parton-parton yang membentuk kelompok singlet warna adalah berdekatan dalam ruang fasa. Dengan itu proses penghadronan atau serpihan daripada parton bogel membabitkan salingtindak tempatan. Ia berlangsung dalam jet dan hanya pasangan parton berdekatan terbabit. Ciri-ciri inklusif jet-jet (kegandaan zarah, jisim jet, pelebaran jet, dll) seharusnya bebas daripada model penghadronan, sehingga pembetulan peringkat  $(\mathcal{A}/\sqrt{s})^n$  dengan integer kuasa  $n$  bergantung kepada apa pencerap berkenaan, dengan  $\mathcal{A} \sim 1 \text{ GeV}$ .

## 8.9 Kadar jet

Jet terhasil akibat penghadronan parton bermomentum tinggi. Proses asal keras boleh diperihalkan secara usikan, namun proses-proses lembut memodifikasikannya. Proses asal  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  dikira dalam

QED berusikan. Menggunakan penghampiran gluon lembut, pembetulan kepada keratan rentas pembezaan untuk  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  ini, dari pengeluaran satu gluon, menjadi

$$d\sigma_g = \sigma_0 \frac{2\alpha_s dk_0}{\pi} \frac{d \cos \theta}{k_0 (1 - \cos^2 \theta)}$$

di mana  $\sigma_0$  ialah amplitud Born. Kita telah gunakan fakta bahawa dalam had gluon lembut,  $q$  dan  $\bar{q}$  bergerak belakang-ke-belakang, dan dengan itu  $q \cdot \bar{q} = 2q_0\bar{q}_0$ ,  $q \cdot k = q_0k_0(1 - \cos \theta)$ , dan  $\bar{q} \cdot k = \bar{q}_0k_0(1 + \cos \theta)$ . Perhatikan ada kesingularan lembut ( $k_0 \rightarrow 0$ ) dan kesingularan kesegarisan ( $\cos \theta \sim 1$ ) dalam  $d\sigma_g$ . Untuk memberikan keratan rentas yang terhad, kesingularan-kesingularan ini harus terbatal. Pembatalan memang berlaku oleh sumbangan kepada keratan rentas jumlah daripada gambarajah pembetulan maya, di mana suatu gluon bertukarganti di antara dua kuark berkenaan. Dalam keratan rentas akhir, dan juga pencerap-pencerap cukup inklusif yang lain, keadaan akhir yang dihasilkan oleh gambarajah maya dan yang oleh gambarajah maya sinaran nyata dalam had lembut atau segarisan, adalah sama, dan kedua-dua menyumbang. Untuk keratan rentas jumlah yang terhad, sumbangan maya perlu mengambil bentuk demikian,

$$\frac{d^2\sigma_v}{dk_0 d \cos \theta} = -\sigma_0 \frac{2\alpha_s}{\pi} C_F \int_0^{\sqrt{s/2}} \frac{dk'_0}{k'_0} \int_{-1}^1 \frac{d \cos \theta'}{(1 - \cos \theta')} \times \frac{1}{2} \delta(k_0) [\delta(1 - \cos \theta) + \delta(1 + \cos \theta)]$$

bercampur pembetulan-pembetulan terhad. Dengan itu,

$$\int_0^{\sqrt{s/2}} dk_0 \int_{-1}^1 d \cos \theta \left[ \frac{d^2\sigma_g}{dk_0 d \cos \theta} + \frac{d^2\sigma_v}{dk_0 d \cos \theta} \right]$$

adalah terhad.

Jet adalah sekelompok zarah yang berhampiran dalam ruang fasa. Suatu definisi tipikal untuk jet mempunyai syarat bahawa untuk suatu zarah atau (sub)jet dikatakan terkandung dalam sesuatu jet itu, jisim takvarian jet tersebut tidak melebihi suatu nilai  $M$  apabila ia ditambah. Jet itu sempurna apabila tiada lagi zarah boleh ditambah. Bagi keadaan akhir tiga zarah yang kita sedang kaji, kita perolehi peristiwa-peristiwa tiga jet jika  $(q+k)^2$ ,  $(\bar{q}+k)^2$  dan  $(q+\bar{q})^2$  semuanya lebih besar daripada  $M$ . Kita perolehi peristiwa dua jet jika sekurang-kurangnya satu daripadanya mempunyai nilai kurang daripada  $M$ . Misalnya, pengeluaran gluon dekat kepada arah kuark, dengan  $2qk = 2q^0k^0(1 - \cos \theta) < M$ , memberikan peristiwa dua jet, satu jet daripada antikuark dan satu lagi gabungan kuark dan gluon sinaran.

Biasanya parameter  $y = M^2/s$  diperkenalkan, dan kegandaan jet (bilangan jet) terhadap  $y$  dikaji. Kita boleh kira kadar 2 jet dan 3 jet pada peringkat  $\alpha_s$ . Bagi peristiwa 2 jet, ruang fasa terbahagi kepada 2 domain. Yang pertama didefinisikan oleh  $2qk = 2q_0k_0(1 - \cos \theta) < ys$ . Rantau ini terdiri daripada 2 bahagian, iaitu Ia:  $k_0 < y\sqrt{s}$  dan  $0 < \cos \theta < 1$ , dan Ib:  $k_0 > y\sqrt{s}$  dan  $1 - y\sqrt{s}/k_0 < \cos \theta < 1$ . Bahagian Ia sepadan dengan gluon lembut pada semua sudut dalam hemisfera kuark, sementara bahagian Ib sepadan dengan gluon keras pada semua sudut. Rantau yang kedua, II, adalah serupa dengan I, tetapi dalam kes ini sudut-sudut adalah terhadap arah antikuark. Kamiran  $d\sigma$  dalam I dan II adalah serupa. Sumbangan  $O(\alpha_s)$  kepada kadar hasilan 2 jet dengan itu ialah:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_2^{(\alpha_s)} \text{jet}}{\sigma_0} &= \frac{1}{\sigma_0} \left[ 2 \int_{\text{Ia}} d\sigma_g + 2 \int_{\text{Ib}} d\sigma_g + \int_{\text{maya}} d\sigma_v \right] \\ &= \frac{4\alpha_s C_F}{\pi} \left[ \int_0^{y\sqrt{s}} \frac{dk_0}{k_0} \int_0^1 \frac{d \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} + \int_{y\sqrt{s}}^{\sqrt{s/2}} \frac{dk_0}{k_0} \int_{1 - \frac{y\sqrt{s}}{k_0}}^1 \frac{d \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} - \int_0^{y\sqrt{s}} \frac{dk_0}{k_0} \int_0^1 \frac{d \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} \right] \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \frac{4\alpha_s C_F}{\pi} \left[ - \int_{y\sqrt{s}}^{\sqrt{s/2}} \frac{dk_0}{k_0} \int_0^1 \frac{d \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} + \int_{y\sqrt{s}}^{\sqrt{s/2}} \frac{dk_0}{k_0} \int_{1 - \left(\frac{y\sqrt{s}}{k_0}\right)}^1 \frac{d \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} \right] \\
&= \frac{4\alpha_s C_F}{\pi} \int_{y\sqrt{s}}^{\sqrt{s/2}} \frac{dk_0}{k_0} \int_0^{1 - \left(\frac{y\sqrt{s}}{k_0}\right)} \frac{d \cos \theta}{1 - \cos^2 \theta} \\
&= \frac{2\alpha_s C_F}{\pi} \int_{y\sqrt{s}}^{\sqrt{s/2}} \frac{dk_0}{k_0} \left[ (-) \log \frac{k_0}{y\sqrt{s}} + (\text{terhad utk } y \rightarrow 0) \right] \\
&= \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 2y.
\end{aligned}$$

Dengan memasukkan sumbangan Born, yang sentiasa memberikan dua dan hanya dua jet, kita akhirnya perolehi,

$$\begin{aligned}
\sigma_{2\text{-jet}} &= \sigma_0 \left[ 1 - \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 y + \dots \right], \\
\sigma_{3\text{-jet}} &= \sigma_0 \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 y + \dots
\end{aligned}$$

Apabila  $y \rightarrow 0$ , kadar 3 jet menjadi lebih besar daripada kadar 2 jet. Persamaan di atas menunjukkan bahawa kita boleh dapat nilai negative bagi  $\sigma_{2\text{-jet}}$  dengan  $y$  bernilai tertentu! Ini ialah petanda pembetulan tahap tinggi sudah menjadi penting. Kita boleh kira pada peringkat lebih tinggi dalam had gluon lembut, dengan menganggap pengeluaran gluon kedua juga boleh difaktorkan. Kita dapati

$$\begin{aligned}
\sigma_{2\text{-jet}} &\simeq \sigma_0 \left[ 1 - \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 y + \frac{1}{2!} \left( \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 y \right)^2 + \dots \right] = \sigma_0 e^{-\frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 y}, \\
\sigma_{3\text{-jet}} &\sim \sigma_0 \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 y e^{-\frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 y},
\end{aligned}$$

dan seterusnya,

$$\sigma_{(n+2)\text{-jet}} \sim \sigma_0 \frac{1}{n!} \left( \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 y \right)^n e^{-\frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 y}.$$

Perhatikan ada taburan Poisson dalam siri ini. Ini membawa kepada purata bilangan jet sebagai

$$\langle n_{\text{jet}} \rangle \simeq 2 + \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 y.$$

Lagi kecil parameter peleraian  $y$ , lagi kecil jisim jet, dan lagi besar kesan pembetulan peringkat tinggi. Untuk tindakbalas pada tenaga beberapa GeV, jika kita ambil  $M$  pada skala beberapa MeV ( $M \sim \Lambda_{\text{QCD}}$ ), setiap zarah didapati sebagai satu jet bebas. Dengan itu kita boleh anggarkan pergantungan  $s$  bagi kegandaan purata zarah terhasil, iaitu,

$$\langle n_{\text{zarah}} \rangle \sim \frac{\alpha_s C_F}{\pi} \log^2 \frac{s}{\Lambda^2} = \frac{C_F}{\pi} \frac{1}{b_0 \log \frac{s}{\Lambda^2}} \log^2 \frac{s}{\Lambda^2} = \frac{C_F}{\pi b_0} \log \frac{s}{\Lambda^2}.$$

Kegandaan zarah keadaan akhir membesar dengan kadar  $\log s$ .

Sebenarnya kita belum mengambil kira kemungkinan bahawa gluon yang dipancarkan boleh juga sendiri memancarkan gluon lain. Kegandaan keadaan akhir didominasi oleh gluon pancaran gluon. Analisis ini lebih rumit, dan memberikan gandaan zarah

$$\langle n_{\text{zarah}}(s) \rangle \sim \exp \sqrt{\frac{2C_A}{\pi b} \log \frac{s}{\Lambda^2}}.$$

Gandaan jet purata pula ialah

$$\begin{aligned}
\langle n_{\text{jet}}(y) \rangle &= 2 + 2 \frac{C_F}{C_A} \left( \cosh \sqrt{\frac{\alpha_s C_A}{2\pi} \log^2 \frac{1}{y}} - 1 \right) \\
&\sim \frac{C_F}{C_A} \left( \exp \sqrt{\frac{\alpha_s C_A}{2\pi} \log^2 \frac{1}{y}} \right)
\end{aligned}$$

Kita boleh juga kira jisim jet dan tujuh jet. Tujuh didefinisikan sebagai

$$T = \frac{\max_{\hat{T}} \sum_i |\mathbf{p}_i \cdot \hat{T}|}{\sum_i |\mathbf{p}_i|}$$

di mana  $\hat{T}$  ialah paksi tujuh, didefinisikan sebagai paksi yang memaksimumkan  $T$ . Untuk keadaan akhir dengan hanya 3 zarah,  $\hat{T}$  ialah arah parton dengan tenaga tertinggi.

Paksi tujuh mendefinisikan pembahagian keadaan akhir kepada dua hemisfera: satu di mana zarah terhasil mempunyai arah searah dengannya, dan satu yang setentang. Kita kaitkan zarah-zarah dalam dua hemisfera ini sebagai dua jet I dan II masing-masing. Jisim jet diberikan dalam ungkapan

$$\langle m_{\text{jet}}^2 \rangle = \frac{1}{2\sigma_0} \left\{ \int_{(I)} (q+k)^2 d\sigma_g + \int_{(II)} (\bar{q}+k)^2 d\sigma_g \right\}.$$

Pembetulan maya tak masuk di sini, kerana keadaan  $q\bar{q}$  akhir tulen mempunyai jisim jet sama sifar. Maka

$$\langle m_{\text{jet}}^2 \rangle = \frac{\alpha_s C_F}{\pi} s.$$

Dalam keadaan akhir dengan 3 zarah,  $\hat{T}$  ialah arah parton dengan tenaga tertinggi, dan  $T$  berkadaran dengan dua kali tenaganya,

$$T = 2 \frac{\bar{q}_0}{\sqrt{s}} = 1 - \frac{(q+k)^2}{s} = 1 - \frac{m_{\text{jet}}^2}{s}.$$

Dengan itu,

$$\langle 1 - T \rangle = \frac{\alpha_s C_F}{\pi}.$$

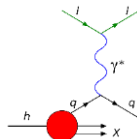
Di pelanggar elektron-positron LEP (pelanggar dengan tenaga pusat jisim beberapa ratus GeV, 1980an-1990an) di CERN,

$$\langle 1 - T \rangle \cong \frac{0.120}{\pi} \times \frac{4}{3} \cong 0.05.$$

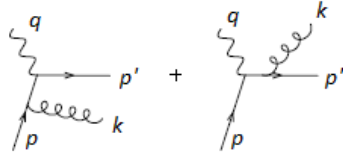
Sebutan-sebutan yang diabaikan dalam penghampiran gluon lembut boleh dikira, dan memberikan pembetulan kecil. Perhatikan pembetulan bukan-usikan yang berkadaran  $\Lambda/\sqrt{s}$ , agak besar untuk  $\Lambda \sim 1$  GeV. Pada tenaga LEP, pembetulan  $\Lambda/\sqrt{s}$  boleh mengambil nilai  $\sim 20\%$ . Bahkan ukuran di LEP memberi  $\langle 1 - T \rangle_{\text{LEP}} = 0.068 \pm 0.03$  sementara kiraan penuh teori usikan QCD memberi nilai 0.055 bagi  $\alpha_s = 0.120$ .

### 8.10 Evolusi parton

Dalam bahagian ini, kita lihat pembetulan QCD kepada dinamik parton peringkat terendah (LO). Dalam serakan tak kenyal dalam (DIS), suatu lepton misalnya elektron, menguar dalaman proton misalnya, menerusi foton (maya), dan secara tipikal, menghentam keluar suatu parton,



Kalau kita masukkan pembetulan sinaran nyata kepada proses peringkat penghampiran Born, kita ada,



Gambarajah pertama memberi sebutan berkadar dengan  $1/(p-k)^2 = 1/(2pk)$  yang mencapah apabila gluon disinarkan selari dengan parton asal, kerana  $p \cdot k = p^0 k^0 (1 - \cos \theta) \rightarrow 0$  bila  $\cos \theta \rightarrow 1$ . Gambarajah kedua juga mencapah jika  $k$  selari dengan  $p'$ . Namun ini tidak membawa masalah, kerana kita menghasiltambah kesemua keadaan akhir yang mungkin. Ukuran keadaan akhir terangkum tidak mengambil kesah samada quark akhir mengambil semua tenaga atau berbahagikannya dengan gluon disinar segaris. Capahan segaris boleh dibatalkan oleh capahan serupa yang muncul dalam pembetulan swatenaga quark akhir.

Capahan yang pertama adalah lebih bahaya. Ini kerana foton yang tiba hanya nampak quark, dan bukan gluon, jadi banyak mana bahagian momentum yang di bawa oleh quark itu sendiri adalah bermakna. Ini bermakna pembatalan kesingularan segaris dalam pancaran sebenar oleh pancaran maya tidak boleh berlaku. Jadi kita harus kira sumbangan gambarajah-gambarajah ini secara tersurat, dan lihat bagaimana kesingularan berkenaan boleh ditangani.

Mula-mula perhatikan bahawa gambarajah kedua tidak singular dalam rantau  $k \cdot p \rightarrow 0$ , tetapi interferens gambarajah ini dengan gambarajah pertama adalah singular di sini. Namun, kita boleh pilih suatu tolok di mana ia terhad dalam had ini. Pilihan yang baik ialah

$$\sum \varepsilon_\mu \varepsilon^*_\nu(k) = -g_{\mu\nu} + \frac{k^\mu p^\nu + k^\nu p^\mu}{k \cdot p}$$

Perhatikan dalam tolok ini bukan sahaja  $k \cdot \varepsilon(k) = 0$ , tetapi juga  $p' \cdot \varepsilon(k) = 0$ . Sesuatu pengiraan QCD biasanya diselesaikan dengan memilih tolok sesuai seperti yang kita buat, dan pemparameteran momentum yang terlibat sewajarnya. Dalam kes kita, oleh kerana kita mahu asingkan rantau di mana  $k$  menjadi selari dengan  $p$ , adalah berguna disetkan

$$k_\mu = (1-z)p_\mu + \beta p'_\mu + (k_\perp)_\mu$$

dengan  $k_\perp \cdot p = k_\perp \cdot p' = 0$ .  $\beta$  diperolehi dengan mengenakan

$$k^2 = 0 = 2\beta(1-z)p \cdot p' + (k_\perp)^2$$

Mendefinisikan  $k_\perp^2 = -k_t^2$ , kita perolehi

$$\beta = \frac{k_t^2}{2(p \cdot p')(1-z)}$$

$$k_\mu = (1-x)p_\mu + \frac{k_t^2}{2(1-x)p \cdot p'} p'_\mu + (k_\perp)_\mu$$

Maka  $(k_\perp)_\mu$  ialah vektor momentum gluon seranjang kepada quark yang datang, dalam bingkai di mana  $\gamma^*$  dan  $q$  selari.  $k_t$  ialah nilai momentum seranjang ini. Kita juga dapati

$$k \cdot p = \beta p \cdot p' = \frac{k_t^2}{2(1-z)}$$

dan

$$k \cdot p' = (1-z)p \cdot p'$$

Dengan itu  $(p-k)^2 = -k_t^2/(1-z)$ . Amplitud bagi gambarajah yang membawa kesingularan keadaan awal ialah:

$$M_g = ig\lambda_{ij}^a \bar{u}(p') \Gamma_{\frac{\hat{p}-\hat{k}}{(p-k)^2}} \hat{\varepsilon}(k) u(p),$$

(di mana tatatanda  $\hat{a} \equiv a_\mu \gamma^\mu$  telah digunakan).  $\Gamma$  menandakan bucu salingtindak dengan arus luar  $q$ . Kita biarkan  $\Gamma$  sembarang supaya kita perolehi hasil yang tidak bergantung kepada butiran salingtindak duga luar. Adalah penting bahagian singular pembetulan QCD, dan dengan itu pernormalan semulanya, dibiarkan bebas proses. Hanya dengan cara ini kita boleh harapkan mendapat kesejagatan sebenar ketumpatan parton. Jadi kita biarkan  $\Gamma$  generik, dan tentukan algebra kita tak bergantung kepada bentuknya, sekurang-kurangnya dalam had  $p.k \rightarrow 0$ . Kita kira kuasa dua kepada bahagian amplitud yang paling singular, dengan menghasiltambah terhadap warna dan spin,

$$\sum_{\text{kutuban, warna g}} |M_g|^2 = g^2 \sum_a \text{tr}(\lambda^a \lambda^a) \times \frac{1}{t^2} \times \sum_\epsilon \text{Tr}[\hat{p}' \Gamma (\hat{p} - \hat{k}) \hat{\epsilon} p \hat{\epsilon}^* (\hat{p} - \hat{k}) \Gamma^\dagger]$$

di mana  $\sum_a \text{tr}(\lambda^a \lambda^a)$  memberikan  $N \times C_F$  dan di mana  $t = (p-k)^2 = -k_\perp^2 / (1-z)$ . Menggunakan  $\hat{a} \hat{b} \hat{c} + \hat{c} \hat{b} \hat{a} = 2(a.b)\hat{c} - 2(a.c)\hat{b} + 2(b.c)\hat{a}$ , kita mula-mula dapati

$$\sum_\epsilon \hat{\epsilon} p \hat{\epsilon}^* = \sum_\mu \epsilon_\mu \epsilon_\nu^* \gamma^\mu \hat{p} \gamma^\nu = -\gamma^\mu \hat{p} \gamma^\mu + \frac{1}{k.p'} (\hat{p}' \hat{p} \hat{k} - \hat{k} \hat{p} \hat{p}') = \frac{2}{1-z} (\hat{k} + \beta \hat{p}').$$

Kemudian ambil

$$(\hat{p} - \hat{k})(\hat{k} + \beta \hat{p}')(\hat{p} - \hat{k}) = (\hat{p} - \hat{k})\hat{k}(\hat{p} - \hat{k}) + \beta(\hat{p} - \hat{k})\hat{p}'(\hat{p} - \hat{k}).$$

Dalam sebutan kedua, oleh kerana ia didarab  $\beta$ , kita boleh anggarkan  $\hat{k} = (1-z)\hat{p}$ . Ini kerana terma lain berupa  $(\beta \hat{p}' + \hat{k}_\perp)$  didarab  $\beta$  membatalkan seluruhnya kesingularan  $1/t^2$ , meninggalkan suatu terma tak singular, yang kita sekarang abaikan. Jadi persamaan ini menjadi

$$\hat{p} \hat{k} \hat{p} + \beta z^2 \hat{p} \hat{p}' \hat{p} = 2(p.k)\hat{p} + \beta z^2 2(p.p')\hat{p} = 2(p.k)(1+z^2)\hat{p}.$$

Maka

$$\sum |M_g|^2 = 2g^2 C_F \frac{1-z}{k_\perp^2} \left( \frac{1+z^2}{1-z} \right) N \text{Tr}[\hat{p}' \Gamma \hat{p} \Gamma^\dagger].$$

Faktor terakhir yang dengan surih itu sepadan dengan amplitud Born kuasa dua. Jadi proses pengeluaran satu gluon, dalam had segaris, terfaktor kepada proses Born darab suatu faktor yang bebas daripada ciri alur. Jika kita masukkan ruang fasa gluon,

$$[dk] \equiv \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 2k^0} = \frac{dk_\perp d\phi}{k^0} \frac{1}{2\pi} \frac{dk_\perp^2}{8\pi^2} \frac{1}{2} = \frac{dz}{(1-z)} \frac{1}{16\pi^2} dk_\perp^2,$$

kita dapati,

$$\overline{\sum} |M_g|^2 [dk] = \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} dz \left( \frac{\alpha_s}{2\pi} \right) P_{qq}(z) \overline{\sum} |M_0|^2.$$

Faktor  $P_{qq}(z)$  dipanggil fungsi pembelahan Altarelli-Parisi bagi peralihan  $q \rightarrow q$  ( $z$  adalah nisbah momentum kuark asal dibawa lari oleh kuark itu setelah pengeluaran gluon), dan

$$P_{qq}(z) = C_F \frac{1+z^2}{1-z}.$$

Kita sekarang boleh kira pembetulan kepada keratan rentas model parton. Kita ada,

$$\sigma_g = \int dx f(x) \frac{1}{\text{fluks}} \int dz \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} \left( \frac{\alpha_s}{2\pi} \right) P_{qq}(z) \overline{\sum} |M_0|^2 2\pi \delta(p'^2).$$

Menggunakan  $(p')^2 = (p-k+q)^2 \sim (zp+q)^2 = (xzP+q)^2$ , dan

$$\delta(p'^2) = \frac{1}{2P.q} \frac{1}{z} \delta\left(x - \frac{x_{bj}}{z}\right) = \frac{x_{bj}}{z} \delta\left(x - \frac{x_{bj}}{z}\right),$$

kita akhirnya perolehi,

$$\sigma_g = \frac{2\pi}{\text{fluks}} \left( \overline{\sum} |M_0|^2 \right) \sum_i e_i^2 x_{bj} \left( \frac{\alpha_s}{2\pi} \right) \int \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} \int \frac{dz}{z} P_{qq}(z) f_i\left(\frac{x_{bj}}{z}\right).$$

Kita dapati bahawa memasukkan pembetulan  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  adalah setara dengan sumbangan tambahan kepada ketumpatan parton,

$$f_i(x) \rightarrow f_i(x) + \left( \frac{\alpha_s}{2\pi} \right) \int \frac{dk_\perp^2}{k_\perp^2} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) f_i\left(\frac{x}{z}\right).$$

Perhatikan kehadiran kamiran  $\int dk_{\perp}^2/k_{\perp}^2$ . Had tinggi kamiran ini berkadar dengan  $Q^2$ . Had rendah ialah 0. Jika kita telah masukkan jirim kuark, perambat bertelatah seperti  $1/(k_{\perp}^2+m^2)$ . Namun kuark terikat dalam hadron, jadi kita tak tahu apakah nilai sepatutnya untuk  $m$ . Mari kita andaikan bahawa kita penggalkan kamiran pada suatu nilai  $k_{\perp}$  bersamaan skala tertentu  $\mu_0$ , dan lihat apa berlaku. Ketumpatan parton berkesan jadi

$$f(x, Q^2) = f(x) + \log\left(\frac{Q^2}{\mu_0^2}\right) \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) f\left(\frac{x}{z}\right).$$

Kebersandaran ke atas skala  $\mu_0$ , yang bukan merupakan skala usikan, boleh dibuang dengan mendefinisikan  $f(x, Q^2)$  dalam sebutan ketumpatan parton  $f$  diukur pada skala usikan besar  $\mu^2$ :

$$f(x, \mu^2) = f(x) + \log\left(\frac{\mu^2}{\mu_0^2}\right) \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) f\left(\frac{x}{z}\right).$$

Kita kemudiannya boleh lakukan penolakan, dan tulis:

$$f(x, Q^2) = f(x, \mu^2) + \log\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) f\left(\frac{x}{z}\right).$$

Skala  $\mu$  di sini memainkan peranan seperti skala pernormalan semula. Nilainya boleh dipilih sembarangan, dan  $f(x, Q^2)$  sepatutnya tak bergantung kepadanya. Menghendakkan kebebasan ini, kita perolehi syarat "ketakvarianan kumpulan pernormalan semula" berikut:

$$\frac{df(x, Q^2)}{d \ln \mu^2} = \mu^2 \frac{df(x, \mu^2)}{d \mu^2} - \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) f\left(\frac{x}{z}\right) \equiv 0.$$

Jadi,

$$\mu^2 \frac{df(x, \mu^2)}{d \mu^2} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) f\left(\frac{x}{z}, \mu^2\right).$$

Ini digelar persamaan DGLAP (Dokshitzer-Gribov-Lipatov-Altarelli-Parisi). Persamaan DGLAP ini, yang merupakan hasil daripada ketakvarianan kumpulan pernormalan semula, menghasilatambah semula suatu menara penuh sebutan-sebutan logaritma pendahulu bagi  $Q^2$ . Ini serupa seperti dalam penghasilatambah semula logaritma pendahulu dalam  $R$  akibat kekangan ketakvarianan kumpulan pernormalan semula.

Jika didefinisikan  $t = \log Q^2/\mu^2$ , kembangan  $f(x, t)$  memberikan

$$f(x, t) = f(x, 0) + t \frac{df}{dt}(x, 0) + \frac{t^2}{2!} \frac{d^2 f}{dt^2}(x, 0) + \dots$$

Terbitan pertama diberikan oleh persamaan DGLAP itu sendiri. Terbitan lebih tinggi boleh didapati dengan membedakannya.

$$\begin{aligned} f''(x, t) &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \int \frac{dz}{z} P_{qq}(z) \frac{df}{dt}\left(\frac{x}{z}, t\right) \\ &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} P_{qq}(z) \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_{x/z}^1 \frac{dz'}{z'} P_{qq}(z') f\left(\frac{x}{zz'}, t\right), \end{aligned}$$

dan seterusnya. Secara amnya,

$$f^{(n)}(x, t) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \dots \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_{\frac{x}{zz' \dots z^{(n-1)}}}^1 \frac{dz^{(n)}}{z^{(n)}} P_{qq}(z^{(n)}) f\left(\frac{x}{zz' \dots z^{(n)}}, t\right).$$

Sebutan ke- $n$  dalam kembangan ini, yang berkadar dengan  $(\alpha_s t)^n$ , setara dengan pengeluaran  $n$  gluon, dan merupakan lelaran  $n$  ganda apa yang dibuat untuk kes keluaran gluon tunggal.

Menggunakan kaedah pengiraan serupa, kita boleh masukkan juga pembetulan  $\mathcal{O}(\alpha_s)$  yang lain, bermula daripada pembelahan gluon dalam proton, kepada pasangan  $q\bar{q}$ . Dengan tambahan sebutan ini, persamaan evolusi bagi ketumpatan perisa kuark ke- $i$  menjadi:

$$\frac{df_q(x, t)}{dt} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[ P_{qq}(z) f_i\left(\frac{x}{z}, t\right) + P_{qg}(z) f_g\left(\frac{x}{z}, t\right) \right],$$

dengan  $P_{qg} = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2]$ . Jika zarah tuju itu berwarna (misalnya, gluon), kita perlukan pembetulan berikut, yang mempengaruhi evolusi ketumpatan gluon,

$$\frac{df_g(x,t)}{dt} = \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \left[ P_{gq}(z) \sum_{i=q,\bar{q}} f_i\left(\frac{x}{z}, t\right) + P_{qq}(z) f_g\left(\frac{x}{z}, t\right) \right],$$

dengan  $P_{gq}(z) = P_{q\bar{q}}(1-z) = C_F \frac{1+(1-z)^2}{z}$  dan  $P_{gg}(z) = 2C_A \left[ \frac{1-z}{z} + \frac{z}{1-z} + z(1-z) \right]$ .

Jika momen  $g_n$  sesuatu fungsi  $g(x)$  didefinisikan

$$g_n = \int_0^1 \frac{dx}{x} x^n g(x),$$

persamaan-persamaan evolusi boleh ditulis sebagai persamaan-persamaan pembeda biasa linear,

$$\begin{aligned} \frac{df_i^{(n)}}{dt} &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[ P_{iq}^{(n)} f_i^{(n)} + P_{qg}^{(n)} f_g^{(n)} \right], \\ \frac{df_g^{(n)}}{dt} &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[ P_{gg}^{(n)} f_g^{(n)} + P_{gq}^{(n)} f_i^{(n)} \right]. \end{aligned}$$

Mari kita lihat ciri-ciri am persamaan-persamaan ini. Memudahkan jika diperkenalkan konsep ketumpatan valens,

$$V(x) = \sum_i f_i(x) - \sum_{\bar{i}} f_{\bar{i}}(x),$$

dan ketumpatan singlet,

$$\Sigma(x) = \sum_i f_i(x) + \sum_{\bar{i}} f_{\bar{i}}(x),$$

di mana index  $\bar{i}$  merujuk kepada perisa-perisa antikuark. Persamaan-persamaan evolusi sekarang berbentuk:

$$\begin{aligned} \frac{dV^{(n)}}{dt} &= \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}^{(n)} V^{(n)}, \\ \frac{d\Sigma^{(n)}}{dt} &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[ P_{qq}^{(n)} \Sigma^{(n)} + 2n_f P_{qg}^{(n)} f_g^{(n)} \right], \\ \frac{df_g^{(n)}}{dt} &= \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[ P_{gq}^{(n)} \Sigma^{(n)} + P_{gg}^{(n)} f_g^{(n)} \right]. \end{aligned}$$

Perhatikan bahawa persamaan bagi ketumpatan valens nyahganding daripada evolusi gluon dan singlet. Evolusi gluon dan singlet pula berganding sesama mereka. Ini masuk akal secara fizik, kerana dalam teori usikan, sumbangan evolusi gluon kepada ketumpatan kuark dan ketumpatan antikuark (menerusi belah kepada pasangan-pasangan  $q\bar{q}$ ) adalah sama, dan terbatat dalam definisi valens. Dengan itu, valens berevolusi hanya kerana keluaran gluon. Sebaliknya, gluon dan pasangan  $q\bar{q}$  dalam lautan proton berevolusi antara satu sama yang satu lagi.

Momen pertama  $V(x)$ , iaitu  $V^{(1)} = \int_0^1 dx V(x)$ , mengira bilangan kuark valens. Jadi kita jangkakan ia bebas  $Q^2$ . Maka

$$\frac{dV^{(1)}}{dt} \equiv 0 = \frac{\alpha_s}{2\pi} P_{qq}^{(1)} V^{(1)} = 0.$$

Oleh kerana  $V^{(1)}$  bukan sifar, kita perolehi satu kekangan ke atas momen pertama fungsi belahan:  $P_{qq}^{(1)} = 0$ . Kekangan ini dipuaskan apabila kesan pembetulan maya dimasukkan, yang menjana sumbangan kepada  $P_{qq}(z)$  yang berkadar dengan  $\delta(1-z)$ . Pembetulan ini disertakan dalam  $P_{qq}(z)$  melalui definisi semula

$$P_{qq}(z) \rightarrow \left( \frac{1+z^2}{1-z} \right)_+ \equiv \frac{1+z^2}{1-z} - \delta(1-z) \int_0^1 dy \left( \frac{1+y^2}{1-y} \right)$$

di mana tanda + menukarkan  $P_{qq}(z)$  menjadi taburan. Dengan cara ini,  $\int_0^1 dz P_{qq}(z) = 0$ , dan hukum hasiltambah valens dipatuhi pada semua  $Q^2$ .

Satu lagi hukum hasiltambah yang tak bergantungkan  $Q^2$  ialah hukum hasiltambah momentum. Ia mengenakan kehendak bahawa momentum proton dibawa oleh jujuk-jujuknya (kuark valens, kuark lautan, gluon). Ini diberikan:

$$\int_0^1 dx x \left[ \sum_{i,\bar{i}} f_i(x) + f_g(x) \right] \equiv \Sigma^{(2)} + f_g^{(2)} = 1.$$

Hubungan ini, sekali lagi, harus dipatuhi pada semua nilai  $Q^2$ . Menggunakan persamaan-persamaan evolusi, ini memberi implikasi bahawa

$$P_{qq}^{(2)} + P_{gq}^{(2)} = 0$$

dan

$$P_{gg}^{(2)} + 2n_f P_{qg}^{(2)} = 0.$$

Hubungan pertama diperolehi menggunakan definisi momen kedua, dan ungkapan eksplisit bagi fungsi-fungsi pembelahan  $P_{qq}$  dan  $P_{gq}$ . Hubungan kedua dipuaskan dengan memasukkan kesan maya dalam perambat gluon, yang menyumbang sebutan berkadar dengan  $\alpha(1-z)$ . Kita boleh tentusahkan bahawa bentuk akhir fungsi pembelah  $P_{gg}(z)$ , yang memuaskan persamaan ini ialah,

$$P_{gg} \rightarrow 2C_A \left\{ \frac{x}{(1-x)_+} + \frac{1-x}{x} + x(1-x) \right\} + \delta(1-x) \left[ \frac{11C_A - 2n_f}{6} \right]$$

Persamaan-persamaan evolusi boleh diselesaikan secara analisis dalam ruang momen. Syarat-syarat sepadan diberikan oleh momen-momen ketumpatan parton pada sesuatu skala diberikan  $\mu$ , yang boleh didapati secara prinsipnya daripada ukuran terus. Penyelesaian pada nilai-nilai skala  $Q$  berbeza kemudiannya boleh didapati dengan menyongsangkan ungkapan-ungkapan bagi momen-momen itu kembali ke ruang  $x$ , secara berangka. Ketumpatan terevolusi yang terhasil selepas itu boleh digunakan untuk mengira keratan rentas bagi suatu proses sembarangan membabitkan hadron, pada skala sembarangan  $Q$ . Mari kita lihat beberapa ciri penyelesaian-penyelesaian berkenaan.

Kita boleh selesaikan persamaan-persamaan evolusi ketumpatan valens. Larian  $\alpha_s(\mu^2)$  perlu diambilkira untuk mendapatkan hasil yang betul. Penyelesaiannya ialah

$$V^{(n)}(Q^2) = V^{(n)}(\mu^2) \left[ \frac{\log Q^2/\Lambda^2}{\log \mu^2/\Lambda^2} \right]^{P_{qq}^{(n)}/2\pi b_0} = V^{(n)}(\mu^2) \left[ \frac{\alpha_s(\mu^2)}{\alpha_s(Q^2)} \right]^{P_{qq}^{(n)}/2\pi b_0}.$$

Oleh kerana semua momen  $P^n$  adalah negatif, evolusi ke nilai  $Q$  lebih tinggi menjadikan taburan valens semakin lembut. Ini adalah munasabah, kerana kuark valens hanya boleh kehilangan tenaga, akibat sinaran gluon.

Penyelesaian bagi taburan gluon  $f_g$  dan taburan singlet  $\Sigma$  boleh didapati menerusi pepenjuruan sistem 2x2 dalam persamaan-persamaan evolusi baginya. Mari kita lihat evolusi momen-momen kedua, yang sepadan dengan pecahan momentum dibawa kuark dan gluon berasingan. Dalam had asimptot  $\Sigma^{(2)}$  menghampiri pemalar, dan  $\frac{d\Sigma^{(2)}}{dt} = 0$ . Oleh itu, dengan menggunakan hukum hasiltambah momentum,

$$P_{qq}^{(2)} \Sigma^{(2)} + 2n_f P_{qg}^{(2)} f_g^{(2)} = 0,$$

$$\Sigma^{(2)} + f_g^{(2)} = 1.$$

Penyelesaian untuk sistem ini ialah:

$$\Sigma^{(2)} = \frac{1}{1 + \frac{4C_F}{n_f}} \quad (= 15/31 \text{ untuk } n_f=5),$$

$$f_g^{(2)} = \frac{4C_F}{4C_F + n_f} \quad (= 16/31 \text{ untuk } n_f=5).$$

Akibatnya, pecahan momentum dibawa gluon secara asimptot ialah lebih-kurang 50% daripada momentum jumlah proton. Adalah menarik diperhatikan bahawa nilai asimptotan ini sebenarnya telahpun dicapai pada nilai  $Q^2$  agak rendah dalam ukuran eksperimen. Eksperimen-eksperimen awal serakan takkenyal dalam DIS telah menunjukkan bahawa hanya lebih-kurang 50% momentum proton dibawa oleh kandungan-kandungan bercas. Ini petunjuk awal dulu tentang wujudnya gluon.

Penyelesaian sempurna bagi evolusi ketumpatan parton terhadap  $x$  memerlukan pengiraan berangka, dan masukan eksperimen bagi nilai-nilai ketumpatan pada skala tetap. Skala  $Q$  berlainan memberikan lengkung yang sedikit berlainan, namun arah alirnya lebih-kurang sama. Bagi kuark u valens, ketumpatan momentumnya melembut pada skala besar, tetapi bentuk evolusi  $\log Q^2$  ketara pada semuanya. Pada  $Q = 3$  GeV, u valens kemungkinannya membawa pecahan momentum proton,  $x$ , lebih-kurang 20 % dan lebih kurang 10 % pada  $Q = 1000$  GeV. Ketumpatan ini menghilang pada  $x$  kecil. Bagi ketumpatan momentum gluon pula, ia membesar dengan kadar  $g(x) \sim 1/x^{1+\delta}$  dalam rantau  $x$  kecil, dengan  $\delta > 0$  yang makin besar pada  $Q^2$  besar. Pembesaran pada  $x$  rendah ini akibat kebarangkalian pancaran gluon  $1/x$  daripada  $P_{gq}(x)$  dan  $P_{gg}(x)$ . Taburan ketumpatan bagi kuark (naik, turun) samudera menyerupai yang bagi gluon, kerana kuark ini terhasil daripada pembelahan gluon. Didapati nisbah taburan kuark samudera kepada gluon ialah lebih-kurang 0.1, dan ini setuju dengan kebarangkalian pembelahan gluon yang tertentu, yang berkadar dengan  $\alpha_s$ . Bahkan, taburan bagi kuark berat seperti pesona, yang juga daripada samudera, adalah sama seperti untuk kuark ringan ini pada nilai  $Q$  besar dan  $x$  kecil. Sumbangan kuark samudera kepada momentum proton boleh diabaikan dan ia dibawa oleh kuark valens dan gluon.

Pendekatan DGLAP memberikan evolusi taburan parton dengan pelarian pemalar gandingan kuat. Ia gagal pada nilai  $x = Q^2/s$  yang kecil, kerana sebutan  $\log(1/x)$  dalam siri usikan, menjadi besar. Dalam pendekatan BFKL (Balitskii-Fadin-Kuraev-Lipatov) hasil-tambah semula sebutan-sebutan logaritma mendulu  $(\alpha_s \ln(1/x))^n$  dibuat. Ini hasil daripada pengreggean gluon, di mana pembedulan sinaran logaritmaan boleh dihasil-tambah semula dengan preskripsi

$$\frac{1}{t} \rightarrow \frac{1}{t} \left( \frac{s}{-t} \right)^{\alpha(t)}$$

di mana  $s$  dan  $t$  adalah pemboleh-ubah Mandelstam, dan  $\alpha(t)$  ialah trajektori Regge, yang boleh dikembangkan terhadap kuasa-kuasa  $\alpha_s$ .

Trajektori Regge merujuk kepada jejak momentum sudut  $l$  bebas dalam satah kompleks, dari penyelesaian persamaan Schroedinger. Untuk keupayaan mewakili serakan tak berkerelatifan, trajektori Regge memberikan kutub dalam amplitud serakan. Kutub Regge ini sepadan dengan nilai  $l$  integer, dan keadaan-keadaan terikat fizikan.

### 8.11 Perlanggaran hadron

Perlanggaran hadron semuanya babitkan kromodinamik kuantum. Kedua-dua alur dan sasaran mengandungi parton yang punyai warna. Pengiraan menjadi lebih rumit, tetapi fenomenologi juga menjadi lebih kaya. Juga tenaga yang ada lebih tinggi berbanding dalam perlanggaran lepton oleh kerana nilai jisim hadron, hadron yang berlanggar dan isinya dapat disiasat pada skala terkecil. Namun, dari segi pengiraan, berbanding proses-proses  $e^+e^-$ , di mana pengiraan sehingga peringkat selepas selepas terkuat (NNLO) biasa diperolehi, bagi perlanggaran hadron, hanya peringkat selepas terkuat (NLO) sahaja biasanya didapati. Oleh itu ketakpastian teorin adalah lebih besar bagi perlanggaran hadron.

Maklumat penting untuk pengiraan kadar pengeluaran dan taburan dalam perlanggaran hadron adalah unsur matriks proses-proses parton (proses keras) seperti  $gg \rightarrow gg$ ,  $gg \rightarrow b\bar{b}$ ,  $q\bar{q}' \rightarrow W$ , dan lain-lain, dan ketumpatan parton hadronan. Kadar pengeluaran suatu keadaan akhir  $H$  diberikan oleh suatu rumus pemfaktoran serupa kepada yang memerihalkan serakan takkenyal dalam DIS, iaitu,

$$d\sigma(p\bar{p} \rightarrow H + X) = \int dx_1 dx_2 \sum_{i,j} f_i(x_1, Q) f_j(x_2, Q) d\hat{\sigma}(ij \rightarrow H)$$

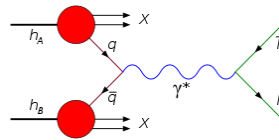


di mana ketumpatan parton  $f_i$  dsb dinilai pada skala  $Q$  yang tipikal bagi proses keras yang dipertimbangkan. Misalnya, untuk proses Drell-Yan,  $Q \sim$  jisim berkesan pasangan Drell-Yan, untuk proses penghasilan jet hadron,  $Q^2 \sim$  kuasa dua momentum-4 sistem hadron-hadron itu.

Dalam perlanggaran hadron, proses Drell-Yan berlaku apabila suatu quark daripada satu hadron dan suatu antiquark daripada hadron yang satu lagi memusnahkan memberikan foton atau  $Z^0$  maya yang kemudiannya mereput kepada pasangan lepton-antilepton,  $hh \rightarrow l^+ l^- X$ . Kita boleh mengandaikan pemfaktoran dalam kadar proses ini. Bahagian QED memberikan, untuk  $s$  cukup tinggi,

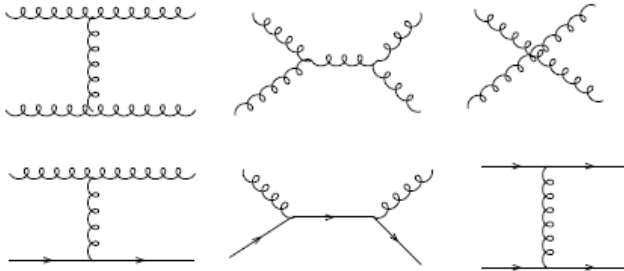
$$\hat{\sigma}(q\bar{q} \rightarrow l^+l^-) = \frac{4\pi\alpha^2 e_q^2}{9s},$$

seperti untuk proses  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ , setelah diambil kira 3 jenis cas warna, di mana  $e_q$  adalah cas elektrik quark. Kesan QED diperihalkan oleh  $\hat{\sigma}$  ini, sementara kesan QCD terkandung di dalam  $f_i(x, Q)$ .



Proses Drell-Yan dengan tindakbalas QED paling rendah

Dalam perlanggaran hadron, proses keras yang mendominasi ialah penghasilan jet (yang timbul daripada penghadronan parton-parton). Ini dapat difahami kerana kesemua kandungan hadron, iaitu quark valens, dan juga quark dan gluon samudera, semuanya merupakan objek-objek berwarna. Di pelanggar Tevatron misalnya, di mana proton berlanggar antiproton pada tenaga 1.8 TeV, keratan rentas bagi pengeluaran jet dengan tenaga seranjang 50 GeV atau kurang, adalah dalam skala  $\mu\text{b}$ . Mekanisme utama penghasilan jet dalam perlanggaran hadron ialah seperti dalam gambarajah berikut,



Keratan rentas inklusif bagi 2 jet didapati daripada rumus

$$d\sigma = dx_1 dx_2 \sum_{i,j,k,l} f_i^{(H1)}(x_1, \mu) f_j^{(H2)}(x_2, \mu) \frac{d\hat{\sigma}(ij \rightarrow kl)}{d\Phi_2} d\Phi_2.$$

$d\Phi_2$  ialah ruang fasa 2-zarah dan adalah

$$d\Phi_2 = \frac{d^3k}{2k^0(2\pi)^3} 2\pi\delta((p_2 + p_2 - k)^2).$$

Dalam bingkai pusat jisim parton yang berlanggar,

$$d\Phi_2 = \frac{1}{2(2\pi)^2} d^2k_T dy 2\delta(\hat{s} - 4(k^0)^2).$$

$k_T$  ialah momentum seranjang parton keadaan akhir, sementara  $y$  adalah rapiditi parton terhasil menurut bingkai rujukan pusat jisim parton,

$$y = \frac{y_1 - y_2}{2},$$

di mana  $y_1$  dan  $y_2$  adalah rapiditi parton-parton berkenaan dalam bingkai lain (termasuk bingkai makmal). Perkenalkan

$$y_0 = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{1}{2} \log \frac{x_1}{x_2}$$

dan

$$\tau = \frac{\hat{s}}{s_{had}} = x_1 x_2.$$

Maka  $dx_1 dx_2 = dy_0 d\tau$ . Kita dapati

$$d\sigma = \sum_{ijkl} dy_0 \frac{1}{s_{had}} f_i^{(H_1)}(x_1, \mu) f_j^{(H_2)}(x_2, \mu) \frac{d\hat{\sigma}_{ij \rightarrow kl}}{d\Phi_2} \frac{1}{2(2\pi)^2} 2dy d^2 k_T,$$

ataupun

$$\frac{d\sigma}{dy_1 dy_2 d^2 k_T} = \frac{1}{s_{had} 2(2\pi)^2} \sum_{ijkl} f_i^{(H_1)}(x_1, \mu) f_j^{(H_2)}(x_2, \mu) \frac{d\hat{\sigma}_{ij \rightarrow kl}}{d\Phi_2}.$$

Pembolehubah-pembolehubah berkait seperti berikut:

$$\begin{aligned} y_0 &= \frac{y_1 + y_2}{2} \\ y &= \frac{y_1 - y_2}{2} \\ x_T &= \frac{2k_T}{\sqrt{s_{had}}} \\ x_1 &= x_T e^{y_0 \cosh y} \\ x_2 &= x_T e^{-y_0 \cosh y}. \end{aligned}$$

Kita perlu tahu  $\hat{s}$  dan sudut serakan  $\theta$  dalam bingkai PJ parton kerana pembolehubah-pembolehubah parton,

$$\begin{aligned} t &= -\frac{\hat{s}}{2} (1 - \cos \theta), \\ u &= -\frac{\hat{s}}{2} (1 + \cos \theta). \end{aligned}$$

Mengabaikan jisim-jisim parton, rapiditi boleh juga ditulis

$$y = -\log \tan \frac{\theta}{2} = \eta$$

yang mendefinisikan pseudorapiditi  $\eta$ .

Jadual di bawah memberikan keratan rentas serakan parton-parton pada peringkat sebutan pendahulu. Momentum awal diwakili  $p_1$  dan  $p_2$  sementara  $k$  dan  $l$  mewakili momentum akhir;  $\hat{s} = (p_1 + p_2)^2$ ,  $\hat{t} = (p_1 - k)^2$  dan  $\hat{u} = (p_1 - l)^2$ .

Proses	$\frac{d\hat{\sigma}}{d\Phi_2}$
$q\bar{q}' \rightarrow q\bar{q}'$	$\frac{1}{2s} \frac{4}{9} \frac{s^2 + \hat{u}^2}{t^2}$
$q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{2s} \left[ \frac{4}{9} \left( \frac{s^2 + \hat{u}^2}{t^2} + \frac{s^2 + \hat{t}^2}{u^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{s^2}{\hat{u}\hat{t}} \right]$
$q\bar{q} \rightarrow q'\bar{q}'$	$\frac{1}{2s} \frac{4}{9} \frac{t^2 + \hat{u}^2}{s^2}$
$q\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$	$\frac{1}{2s} \left[ \frac{4}{9} \left( \frac{s^2 + \hat{u}^2}{t^2} + \frac{t^2 + \hat{u}^2}{s^2} \right) - \frac{8}{27} \frac{\hat{u}^2}{\hat{t}l} \right]$
$q\bar{q} \rightarrow qg$	$\frac{1}{2} \frac{1}{2s} \left[ \frac{32}{27} \frac{t^2 + \hat{u}^2}{t\hat{u}} - \frac{8}{3} \frac{t^2 + \hat{u}^2}{s^2} \right]$
$g\bar{q} \rightarrow q\bar{q}$	$\frac{1}{2s} \left[ \frac{1}{6} \frac{t^2 + \hat{u}^2}{t\hat{u}} - \frac{3}{8} \frac{t^2 + \hat{u}^2}{s^2} \right]$
$g\bar{q} \rightarrow gq$	$\frac{1}{2s} \left[ -\frac{4}{9} \frac{s^2 + \hat{u}^2}{s\hat{u}} + \frac{\hat{u}^2 + \hat{t}^2}{t^2} \right]$
$g\bar{q} \rightarrow g\bar{q}$	$\frac{1}{2} \frac{1}{2s} \left( 3 - \frac{\hat{t}\hat{u}}{s^2} - \frac{\hat{s}\hat{u}}{t^2} - \frac{\hat{s}\hat{t}}{u^2} \right)$

Kaedah gluon lembut memberikan penghampiran yang dekat dengan nilai-nilai ini. Pada  $90^\circ$  pun nilai minimum di antara  $|t|$  dan  $|u|$  tidak melebihi  $s/2$ , jadi suatu perambat dalam saluran  $u$  atau  $t$  menyumbang terma 4 kali ganda bagi perambat yang sama dalam saluran  $s$ . Oleh itu boleh diandaikan bahawa amplitud-amplitud didominasi oleh gambarajah-gambarajah dengan tukarganti

gluon dalam saluran  $u$  atau  $t$ . Mudah untuk mengira amplitud-amplitud dalam had ini menggunakan penghampiran gluon lembut.

Suatu contoh ialah proses  $qq' \rightarrow qq'$ . Amplitud bagi tukarganti gluon lembut antara pasangan dua kuark ialah

$$(\lambda_{ij}^a)(\lambda_{kl}^a)2p_\mu \frac{1}{t} 2p'_\mu = \lambda_{ij}^a \lambda_{kl}^a \frac{4p \cdot p'}{t} = \frac{2s}{t} \lambda_{ij}^a \lambda_{kl}^a.$$

Faktor  $p_\mu$  dan  $p'_\mu$  masing-masing mewakili gandingan garisan-garisan  $q$  dan  $q'$  kepada gluon tertukarganti. Mengambil kuasa dua, menghasiltambah, dan memurata terhadap spin dan warna, kita perolehi,

$$\overline{\sum_{\text{warna,spin}} |M_{qq'}|^2} = \frac{1}{N^2} \left( \frac{N^2-1}{4} \right) \frac{4s^2}{t^2} = \frac{8s^2}{9t^2}.$$

Oleh kerana untuk proses ini gambarajah dengan tukarganti gluon saluran- $t$  adalah bersimetri untuk tukarganti  $s \leftrightarrow u$ , dan oleh kerana  $u \rightarrow -s$  dalam had  $t \rightarrow 0$ , hasil ini boleh ditulis semula dalam bentuk  $(s,u)$  bersimetri seperti berikut,

$$\frac{4s^2+u^2}{9t^2}.$$

Ini setuju dengan tepatnya dengan pengiraan tepat, seperti dalam jadual di atas. Pembedahan yang timbul daripada tukarganti gluon  $s$  atau  $u$  dalam kes perisa kuark adalah sama atau kes proses  $q\bar{q}$ , adalah kecil.

Pertimbangkan pula serakan  $qg \rightarrow qg$ . Amplitudnya sama seperti untuk kes  $qq' \rightarrow qq'$ , cuma berbeza faktor warna. Perkiraan mudah memberikan

$$\overline{\sum_{\text{warna,spin}} |M_{qg}|^2} = \frac{9}{4} \overline{\sum |M_{qq'}|^2} = \frac{s^2+u^2}{t^2}.$$

Hasil yang tepat ialah

$$\frac{s^2+u^2}{t^2} - \frac{4s^2+u^2}{9us}.$$

yang mana walaupun pada  $90^\circ$ , di mana penghampiran tukarganti saluran  $t$  adalah terburuk, hanya berbeza dengan ini kurang daripada 25%.

Bagaimana pula dengan  $gg \rightarrow gg$ ? Penghampiran kita memberikan

$$\overline{\sum |M_{gg}|^2} = \frac{9s^2}{2t^2}.$$

Dengan simetri  $u \leftrightarrow t$ , kiraan yang lebih baik ialah

$$\overline{\sum |M_{gg}|^2} \sim \frac{9}{2} \left( \frac{s^2}{t^2} + \frac{s^2}{u^2} \right),$$

yang bezanya hanya 20% daripada hasil tepat pada  $90^\circ$ .

Perhatikan bahawa pada nilai-nilai  $t$  kecil, yang berikut adalah benar:

$$\hat{\sigma}_{gg} : \hat{\sigma}_{qg} : \hat{\sigma}_{q\bar{q}} = \frac{9}{4} : 1 : \frac{4}{9}.$$

Faktor  $9/4$  dan sebagainya datang daripada pengiraan bilangan warna, setelah dipuratakan. Maka kita boleh tulis

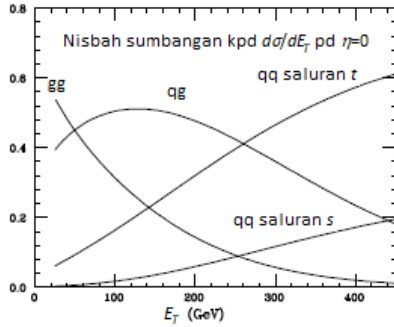
$$d\sigma_{\text{hadronan}} = \int dx_1 dx_2 \sum_{i,j} f_i(x_1) f_j(x_2) d\hat{\sigma}_{ij} = \int dx_1 dx_2 F(x_1) F(x_2) d\hat{\sigma}_{gg}(\text{gg} \rightarrow \text{jet})$$

di mana 'fungsi struktur berkesan'

$$F(x) = f_g(x) + \frac{4}{9} \sum_f [q_f(x) + \bar{q}_f(x)].$$

Ini menunjukkan bahawa ukuran keratan rentas inklusif bagi jet secara prinsipnya tidak membenarkan diasingkan sumbangan bebas dari pelbagai komponen parton proton, kecuali jika rantau yang dipertimbangkan memberikan dominasi kepada satu proses tunggal. Sumbangan relatif

daripada saluran berbeza, menggunakan data ketumpatan parton yang ada, adalah seperti dalam rajah berikut.



Sekarang pengiraan bagi penghasilan jet di pelanggar hadron telah dibuat pada peringkat lebih tinggi daripada hanya peringkat mendulu. Teori dan eksperimen masih ada persetujuan secara kasar, dalam julat yang besar.

### 8.12 Musnahabis $e^+e^-$

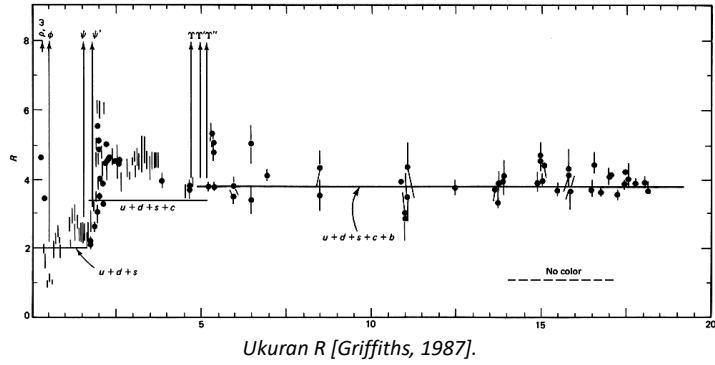
Dalam perlanggaran elektron  $e^-$  dengan positron  $e^+$ , musnahabis berlaku meninggalkan tenaga tulen. Proses ini, di antara lain, boleh menghasilkan pasangan kuark-antikuark. Walaupun proses  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  merupakan proses QED, ia memberi pencerahan kepada QCD dalam beberapa cara. Penghasilan hadron, misalnya, secara asasnya diberikan oleh penghasilan kuark-antikuark yang kemudiannya menyerpih. Kadar penghasilan hadron berbanding kadar penghasilan pasangan muon-antimuon ialah

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

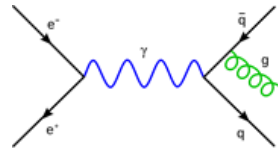
$$= \frac{\sum_i \text{[Feynman diagram for } q\bar{q}]^2}{\text{[Feynman diagram for } \mu^+\mu^-]^2}$$

$$= \sum_i \lambda_i^2$$

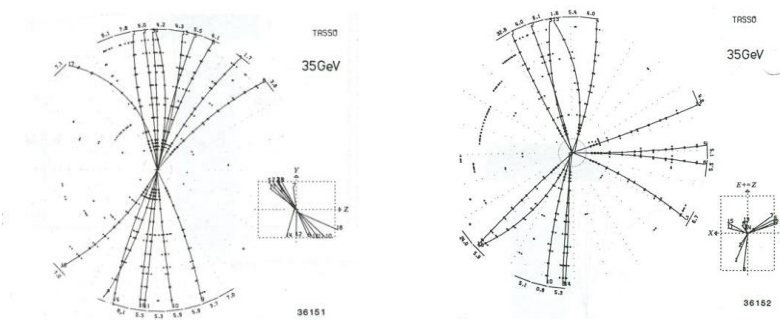
di mana  $\lambda_i$  ialah cas elektrik kuark-kuark yang terhasil. Nilai  $R$  ini bergantung kepada bilangan warna kuark. Nilai  $R$  yang diukur menjadi satu bukti kuat wujud darjah kebebasan warna dengan 3 jenis.



Penghasilan kuark dalam musnahabisan  $e^+e^-$  juga memberi bukti untuk gluon. Seperti proses bremsstrahlung dalam QED, di mana foton dipancarkan oleh elektron (atau apa-apa zarah bercas elektrik) yang memecut, proses bremsstrahlung gluon oleh kuark berwarna yang memecut juga berlaku menurut QCD. Ini adalah proses keras; momentum gluon agak berbeza dengan momentum kuark ibu. Bila ini berlaku, 3 parton terhasil berbanding 2 parton sahaja kalau ia tidak berlaku. Setiap parton menyepih menjadi jet, jadi peristiwa 3-jet menjadi bukti untuk gluon. Nisbah balangan peristiwa 3-jet berbanding 2-jet memberikan nilai  $\alpha_s$  pada skala tenaga berkenaan.



Bremsstrahlung gluon dalam QCD.



Peristiwa 2-jet (kiri) dan 3-jet (kanan) daripada eksperimen TASSO. Bukti gluon.

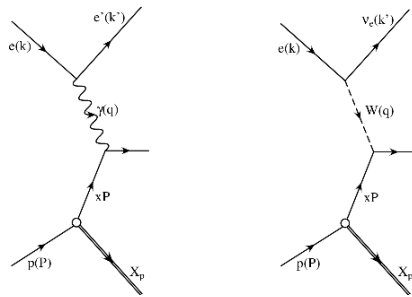
Bila sinaran gluon dimasukkan, gambarajah peringkat kedua ini memasukkan faktor tambahan  $\sqrt{\alpha_s}$  dalam unsur matriks. Ini memodifikasikan  $R$  menjadi

$$R = 3 \sum_i \lambda_i^2 \left( 1 + \frac{\alpha_s}{\pi} \right)$$

untuk  $n_c = 3$ . Oleh kerana  $\alpha_s$  berlari, ukuran  $R$  boleh juga memberikan nilai  $\alpha_s$  pada skala tenaga tertentu. Juga, QCD meramalkan taburan sudut di antara jet.

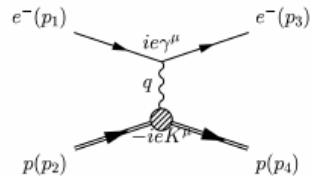
### 8.12 Perlanggaran ep

Lepton tidak merasai salingtindak kuat, jadi salingtindak elektromagnetan dan lemahlah yang menjadi mekanisme dalam perlanggaran elektron-proton. Dalam salingtindak elektromagnetan, daya diantarakan oleh foton (maya) yang dilepaskan oleh elektron tuju. Dari keabadian 4-momentum di bucu elektron, foton berkenaan mempunyai jisim kuasa dua yang negative,  $q^2 < 0$ . Kalau elektron melepaskan W atau Z maya, salingtindak lemah boleh berlaku.



Salingtindak EM (arus bercas) (kiri) dan satu salingtindak lemah (arus neutral) (kanan) dalam perlanggaran elektron-proton.

Bagi proses EM, foton maya lepasan elektron tuju boleh bersalingtindak dengan keseluruhan proton, bila jarak gelombang foton tersebut dalam lingkungan atau lebih besar daripada saiz proton, iaitu 1 GeV. Ini adalah proses kenyal.



Serakan kenyal ep.

Pindahan tenaga,  $\nu = E_3 - E_1$ , dan momentum  $q^\mu = (\nu, \mathbf{q})$ , memberikan  $(q + p_2)^2 = p_4^2$  dan  $p_2 \cdot q = (M, \mathbf{0}) \cdot (\nu, \mathbf{q}) = M\nu$ ,  $M$  jisim proton, bagi proton awal pegun, dan  $q^2 + M^2 + 2p_2 \cdot q = M^2$ , dan seterusnya  $q^2 = -2M\nu < 0$ . Foton hantaran punyai jisim khayal, dan hanya ada 2 parameter bebas yang memerihalkan tindakbalas.

Jika proton dilihat sebagai titik, kita ada serakan Dirac, dengan keratan rentas kebedaan

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Dirac}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left(1 + \frac{q^2}{2M^2} \tan^2 \frac{\theta}{2}\right).$$

Keratan rentas Mott,

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} = \left(\frac{\alpha^2 \cos^2 \frac{\theta}{2}}{4E_0^2 \sin^4 \frac{\theta}{2} \left[1 + \frac{2E_0}{M} \sin^2 \frac{\theta}{2}\right]}\right)$$

ialah bagi serakan elektron oleh sasaran tak berspin, dan memberikan serakan Rutherford dalam keadaan buka kerelatifan. Sebutan tambahan dalam rumusan Dirac adalah sebutan serakan magnet bila sasaran punyai spin. Ukuran pada tenaga tinggi mencanggahi rumusan Dirac, dengan implikasi bahawa proton bukan zarah seperti-titik. Keratan rentas yang diperolehi boleh diparameterkan secara semiempirik dengan memperkenalkan dua faktor bentuk yang merupakan fungsi-fungsi terhadap  $q^2$ . Satu faktor bentuk  $A(q^2)$  memparameterkan salingtindak elektrik, satu lagi  $B(q^2)$  memparameterkan salingtindak magnet.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{Mott}} \left( A(q^2) + B(q^2) \frac{q^2}{2M^2} \tan^2 \frac{\theta}{2} \right).$$

Ukuran eksperimen mendapati  $A$  dan  $B$  kedua-duanya mempunyai kesandaran terhadap  $q^2$  yang sama, iaitu  $\sim [1+(q/0.84)^2]^{-2}$ . Sebutan ini seumpama sebutan dari peraturan Feynmann yang timbul daripada suatu perambat dengan jisim  $0.84 \text{ GeV}/c^2$ . Ini membolehkan penafsiran bahawa tindakan bersaling foton maya dengan proton berlaku menerusi suatu meson berjisim demikian, ataupun foton tersebut menjelma menjadi meson itu (yang punyai nombor-nombor kuantum serupa foton) sebelum bersalingtindak. Proses ini dikenali penguasaan vektor. Juga, jika

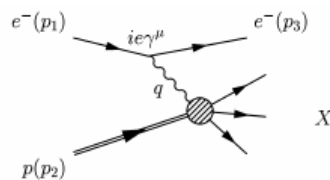
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_{\text{titik}} |F(q^2)|^2,$$

$F(q^2)$  boleh dilihat sebagai transformasi Fourier kepada taburan cas dalam proton,

$$F(q^2) = \int \rho(\mathbf{R}) e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{R}} d^3\mathbf{R}.$$

Nampaknya, proton punyai saiz cas elektrik  $R_{\text{rms}} = (\sqrt{12})/0.84 = 0.80 \text{ fm}$ . Faktor bentuk  $F(q^2)$  ini juga berkait dengan fungsi struktur  $F_2(\nu, q^2)$  bagi proton.

Dengan jarak gelombang foton maya lebih halus dari saiz proton, iaitu bertenaga lebih daripada  $1 \text{ GeV}$ , ia bersalingtindak dengan jujuk dalaman dalam proton, iaitu kuark valens, kuark samudera, (namun bukan gluon daripada samudera kerana gluon tidak punyai cas elektrik). Ini dinamakan serakan tak kenyal dalam (DIS). Proton berpecah menghasilkan hadron hasil serpihan parton yang dipisahkan.



*Serakan tak kenyal dalam.*

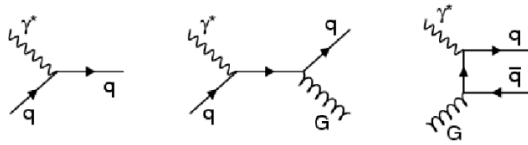
Tenaga pusat jisim kuasa dua,  $W^2 = q^2 + M^2 + 2p_2 \cdot q \neq M^2$ . Kita definisikan pembolehubah  $x$  Bjorken,

$$x = \frac{-q^2}{2M\nu}.$$

$x$  tidak berdimensi dan bernilai di antara 0 dan 1. Eksperimen mendapati pada tenaga tinggi, keratan rentas (tak kenyal) menjadi bebas  $q^2$ , menunjukkan kepada serakan atas objek seakan titik (berspin  $\frac{1}{2}$ ), dan  $F_2$  menjadi bergantung kepada  $x$  dan bukan lagi kepada  $\nu$  dan  $q^2$  secara bebas, yang menunjukkan serakan kenyal. Iaitu, serakan tak kenyal dalaman merupakan serakan kenyal ke atas jujuk-jujuk dalaman proton, dipanggil parton, tadi.

Gambarajah peringkat terendah adalah seperti berikut:

Commented [w1]: enjadi



*Salingtindak foton maya dengan parton dalam DIS*

Dalam gambaran ini, elektron menyerak atas parton “bebas” (akibat kebebasan asimptotan). Jika parton ini punyai jisim  $m$ , analisis serakan kenyal seperti untuk proton keseluruhan di atas, memberikan

$$v + \frac{q^2}{2m} = 0.$$

Dengan itu,

$$x = \frac{-q^2}{2Mv} = \frac{m}{M},$$

di mana

$$m^2 = x^2 E_2^2 - x^2 \mathbf{p}_2^2 = x^2 M^2.$$

$x$  adalah pecahan momentum-4 daripada proton yang dibawa oleh parton dihentam. Parton dihentam seterusnya menghasilkan jet menerusi penyerpihan. Kuark-kuark yang tinggal menyerpih juga, tapi hasilnya kebanyakannya melalui paip alur proton ke hadapan dan tidak dikesan.

### 8.13 Struktur hadron

Kuark-kuark valens diikat dalam hadron-hadron menerusi QCD. Seperti atom yang mempunyai aras-aras tenaga tertentu diperintah QED, hadron-hadron punyai jisim-jisim tertentu. Oleh kerana nilai jisim hadron biasa adalah rendah, fenomena QCD yang mengikat kuark dalam hadron adalah bukan berkeusikan. Oleh itu model yang lain perlu digunakan.

Seperti QED, model bagi struktur hadron mudahnya ialah model keupayaan. QED lebih ringkas, dan dapat memberikan keupayaan elektrostatik yang berkadaran songsang dengan jarak dengan mudah. QCD lebih rumit kerana ada 3 jenis cas, dan gluon juga bercas warna.

Keupayaan  $V$  ini secara prinsipnya boleh ditulis sebagai siri kembangan dalam sebutan  $p/m$  kepada nilai bukan-kerelatifan, dengan pembetulan-pembetulan kerelatifan, dan kembangan terhadap  $E_r$ , kerana  $V$  bergantung kepada  $r$ . Dekat ambang,  $E \approx 2m + p^2/m + \dots$  dengan  $v = p/m \ll 1$ .

Kandungan parton di dalam hadron boleh diperihalkan oleh fungsi-fungsi struktur. Ini diparameterkan oleh fungsi taburan parton  $f_i(x)$ , iaitu kebarangkalian parton jenis  $i$  membawa nisbah  $x$  daripada momentum hadron itu. Kebarangkalian jumlah memerlukan  $\sum_i \int_0^1 x f_i(x) dx = 1$ . Walaupun kuark yang valens dalam atom, didapati kuark hanya bawa 54% daripada momentum proton. Selebihnya dibawa oleh gluon. terutama pada  $x$  yang rendah, ada sumbangan daripada kuark tak valens seperti kuark  $s$  dan  $c$ , dan daripada antiquark. Proton kaya dengan pengisian parton-parton samudera.

### 8.14 Plasma kuark-gluon

Dalam perlanggaran nukleus pada tenaga tinggi, keadaan parton dengan suhu dan ketumpatan tinggi terhasil. Dijangkakan pada keadaan sebegini, fasa baru berlaku, di mana parton berwarna



bebas (tak terkurung) dalam medan warna. Ini dirujuk sebagai plasma kuark-gluon (QGP), dengan bandingan kepada plasma elektromagnet yang terdiri daripada hidrogen terion dan elektron bebas. Keadaan QGP jika dijangkakan berlaku pada awal evolusi semesta dalam teori Letupan Besar. Ini dijangkakan fasa QCD berbanding fasa hadron di mana parton-parton terkurung dalam hadron, dan berlaku pada tenaga atau suhu tinggi. Ada beberapa fenomena dijangkakan terserlah dalam QGP.

Dalam keadaan suhu tinggi, dijangkakan lebih banyak tenaga tersedia untuk mengeluarkan pasangan kuark-antikuark yang lebih berat. Djangka bilangan zarah aneh bertambah, dan memberikan nilai suhu plasma kuark-gluon. Dari hukum Boltzmann, kebarangkalian menghasilkan kuark aneh adalah berkadar  $\exp(-m_s/T)$  dalam unit di mana  $c = 1$  dan pemalar Boltzmann  $k = 1$ . Daripada ukuran eksperimen, suhu QGP didapati dalam lingkungan 160 MeV hingga 180 MeV.

Kemudian, kuarkonium berat dijangkakan ditindas. Pasangan kuark-antikuark seperi berat dicairkan dalam bahantara panas dan nyahkurung. Ini dilihat.

Begitu juga lindapkejut jet, yang dijangkakan bagi zarah berwarna dalam bahantara berwarna. Dua jet belakang-ke-belakang dari satu asalan, menunjukkan satu ditindas berbanding yang satu lagi, bergantung kepada kedudukan asalan jet-jet tersebut dalam plasma kuark-gluon itu.

Selain kesan bahantara berwarna yang tak terkurung dalam plasma kuark-gluon, kita boleh kaji sifat fasa fiizkan itu. Aliran zarah yang terkeluar, iaitu taburan momentum zarah terhadap arah, adalah satu daripadanya. Yang menarik diukur ialah aliran elipsan, iaitu ukuran ketakseragaman aliran dalam semua arah dilihat selari arah alur atau bim. Jika kuark dan gluon dalam QGP hanyalah bersaling-tindak sekadar lemah (kebebasan asimptotan), ia boleh dilihat sebagai gas unggul. Bagi suatu gas unggul tak bejisim, persamaan keadaannya ialah, tekanan

$$P = \frac{1}{3}\epsilon$$

dengan ketumpatan tenaga

$$\epsilon = g \frac{\pi^2}{30} T^4$$

di mana  $T$  ialah suhu dan  $g$  ialah bilangan berkesan darjah kebebasan. Darjah kebebasan bosonon menyumbang 1 kepada  $g$ , sementara darjah kebebasan fermionan  $7/8$ , memberikan nilai 47.5 untuk QGP dengan 3 perisa kuark, berbanding  $g \sim 3$  untuk gas pion, dengan parton terkurung dalam hadron. Kajian berangka menggunakan kiraan atas kekisi diskret menunjukkan bahawa perubahan fasa berlaku pada suhu lebih-kurang 190 MeV. Jirim QCD berubah daripada gas hadron kepada QGP, menurut nilai  $g$  diukur.

Penghasilan QGP memerlukan berbilang saling-tindak antara parton supaya pentermalan berlaku. Dalam perlanggaran ion berat berkerelatifan untuk menghasilkan QGP ini, keadaan tumpat dan panas QGP itu kemudiannya mengembang dan menyejuk. Kembangan kolektif ini mencairkannya dan menyebabkan penghadronan berlaku, dan digelar aliran. Oleh kerana perlanggaran mungkin berlaku tidak dipusat tetapi sedikit terpinggir, ia menimbulkan ketaksimetrian azimut dalam penghasilan zarah, dan ini menjadi tandatangan eksperimen kepada aliran kolektif.

Taburan kebedaan tugalipat tak varian bagi zarah terhasil boleh ditulis dalam bentuk suatu kembangan Fourier,

$$E \frac{d^3N}{d\mathbf{p}^3} = \frac{1}{2\pi} \frac{d^2N}{p_t dp_t dy} \left( 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} v_n \cos[n(\phi - \Psi_{RP})] \right)$$

di mana  $E$  dan  $\mathbf{p}$  adalah tenaga dan momentum zarah,  $p_t$  momentum seranjangnya,  $\phi$  sudut azimut,  $y$  rapiditi, dan  $\Psi_{RP}$  sudut satah tindakbalas. Sebutan-sebutan sinus tidak muncul kerana simetri terhadap satah tindakbalas. Pekali Fourier bergantungkan  $p_t$  dan  $y$ ,

$$v_n(p_t, y) = \langle \cos[n(\phi - \Psi_{RP})] \rangle$$

di mana kurungan sudut menandakan purata terhadap zarah-zarah, dihasil tambah terhadap semua peristiwa, bagi bin  $(p_t, y)$  berkenaan. Pekali  $v_1$  ialah aliran terarah dan  $v_2$  aliran elipsan. Aliran elipsan mencerminkan ketaksimetrian dalam arah momentum zarah dalam satah tindakbalas, dan bergantung kepada jenis zarah dan nilai  $p_t$ nya. Persamaan keadaan yang berbeza, menurut kiraan berbeza, memberikan telatah  $v_2$  yang berbeza.

Juga didapati, nilai  $v_2$  mencerminkan kesan kelikatan dalam aliran. Kelikatan ricih menjadikan sesuatu cecair lari daripada cecair unggul, dan kelikatan ricih ini memberi sumbangan kepada aliran elipsan. Magnitud aliran elipsan juga bergantung kepada ketakisotropian awal rantau perlanggaran.

Jadi, pada suhu dan kepadatan tinggi, terbentuk fasa plasma kuark gluon yang bertelatah cecair yang hampir unggul. Ini sebelum bahan itu berkembang dan menyejuk dan berubah menjadi gas hadron. Sebelum terbentuknya QGP, pada perlanggaran, nukleus berat didominasi parton yang banyak pada  $x$  rendah, dan ini dikatakan keadaan kondensat kaca warna. Selepas kesingularan perlanggaran, suatu fasa dikenali 'glasma' terhasil terlebih dahulu sebelum pengembangan dan penyejukan menghasilkan QGP.

Oleh kerana dinamik BFKL, ketepuan kewujudan parton rendah  $x$  berlaku pada  $Q^2 \sim$  separuh purata bilangan zarah. Oleh itu dijangkakan bilangan zarah bercas per nombor atom nukleus,

$$\frac{n_{ch}}{A} \sim \frac{1}{\alpha_s(Q_s^2)}$$

di mana  $Q_s^2$  ialah pada ketepuan. Secara kualitatif, ini boleh difahami sebagai keadaan di mana persaingan di antara bremsstrahlung QCD yang meningkatkan bilangan parton, dengan proses penabiran dan gabungan semula yang mengurangkannya, membawa kepada penepuan ketumpatan parton apabila kekuatan medan adalah paling besar. Satu lagi cara menggambarkannya ialah proses penghasilan gluon bersaiz  $x$  yang diisi dalam hadron, menjadi tepu pada saiz itu, dan kemudiannya ruang di antaranya diisi oleh gluon terhasi dengan  $x$  lebih kecil. Lebih lama diperlukan untuk mendapatkan  $x$  yang lebih kecil, seolah-olah seperti peralihan kaca. Begitulah fasa ini dinamakan kondensat kaca warna, warna daripada cas warna QCD.

Apabila dua helaian kondensat kaca warna berlanggar dengan tenaga tinggi, parton dibebaskan dan menghasilkan ketumpatan tenaga yang sangat tinggi. Keadaan tak keseimbangan sebelum ia melalui proses terma menjadi QGP, digelar glasma. Glasma mempunyai magnitud medan kromoelektrik dan kromomagnet yang sangat tinggi diwarisi daripada kondensat kaca warna. Dalam keadaan ketakseimbangan glasma ini, cas warna berubah terhadap masa, dan mempengaruhi pengeluaran zarah. Dalam rantau ini, pengiraan bukan usikan diperlukan. Evolusi daripada keadaan medan kuat dan ketumpatan gluon tinggi, yang diperihalkan persamaan Yang-Mills, melalui keadaan medan lembut dan zarah keras, dengan ketakstabilan plasma yang diperihalkan persamaan Vlasov. Akhirnya keadaan dengan zarah-zarah dalam QGP terhasil. Dengan kewujudan zarah tanpa medan kuat keadaan glasma, barulah pemerihalalan terma menerusi persamaan Boltzmann dapat dikenakan.